अध्याय 7

त्रिभुज
(Triangles)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. सही विकल्प (C)

सर्वांगसमता के लिए SAS (भुजा–कोण–भुजा), ASA (कोण–भुजा–कोण), SSS (भुजा–भुजा–भुजा) सही कसौटियाँ हैं परंतु, SSA (भुजा–भुजा–कोण) सही कसौटी नहीं है।

2. सही विकल्प (B)।

AB = QR तथा BC = PR ⇒ $\angle B = \angle R$ ...(i)

BC = PR तथा CA = PQ ⇒ $\angle C = \angle P$ ...(ii)

CA = PQ तथा AB = QR ⇒ $\angle A = \angle Q$ ...(iii)

समीकरण (i), (ii) व (iii) से,

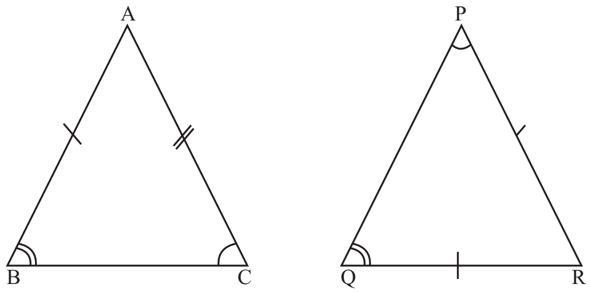
$$\Delta CBA \cong \Delta PRQ.$$

3. सही विकल्प (A)

ΔABC, $AB = AC$ (दिया है)

$\angle C = \angle B$

(त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।)



इसलिए, ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

लेकिन, यह दिया है, कि

$\angle B = \angle Q$

$\angle C = \angle P$

इसलिए, $\angle P = \angle Q$

$QR = PR$ [चूँकि $\angle C = \angle B$] [बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।]

इस प्रकार ΔPQR भी एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

इसलिए, दोनों त्रिभुज समद्विबाहु हैं लेकिन सर्वांगसम नहीं है। हम जानते हैं कि AAA त्रिभुजों की सर्वांगसमता कसौटी नहीं है।

4. सही विकल्प (B)

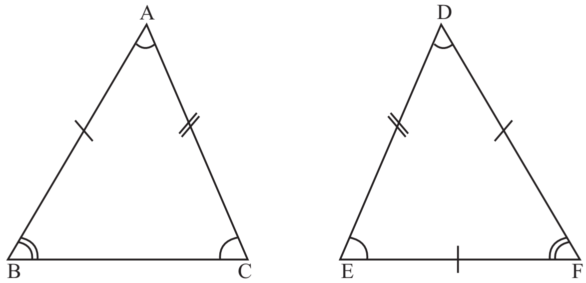
दिया है कि AB = AC और $\angle B = 50^{o}$

ΔABC में, AB = AC (दिया है)

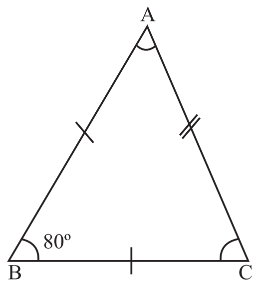
$\angle C = \angle B$ (त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$\angle C = 50°$.

5. दिया है कि ΔABC में, AB = FD, $\angle A = \angle D$ हम जानते हैं कि दो त्रिभुज SAS अभिगृहीत से, सर्वांगसम होंगे। यदि दो भुजाएँ और इनमें से कोण एक–दूसरे के बराबर हों। इसलिए AC = DE होगा। अत: विकल्प (B) सही है।



6. सही विकल्प (C)



ΔABC में, BC = AB, $\angle B = 80^{o}$, $\angle C = \angle A$ [∵ बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

∴ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^{o}$ [त्रिभुज के तीनों कोणों का योग]

$\angle A + 80^{o} + \angle A = 180^{o}$

$2\angle A = 180^{o} - 80^{o} = 100^{o}$

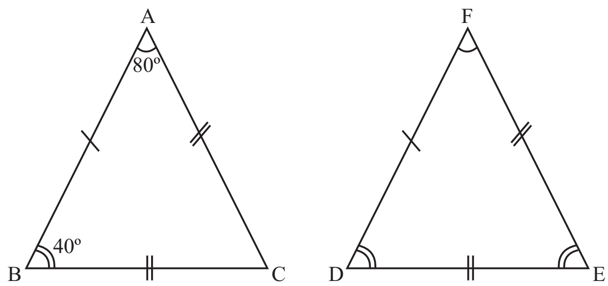
∴ $\angle A = 50^{o}$.

7. सही विकल्प (C)

दिया है, ΔABC ≅ ΔFDE और

AB = 5 सेमी, $\angle B = 40^{o}$, $\angle A = 80^{o}$

चूँकि, ΔFDE ≅ ΔABC



∴ DF = AB [CPCT द्वारा]

DF = 5 सेमी.

और $\angle E = \angle C$ [CPCT द्वारा]

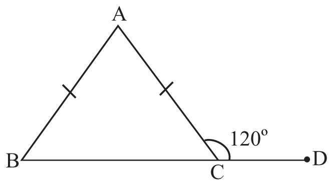
$\angle E = \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$

ΔABC के योग गुण द्वारा

$\angle E = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ)$

$\angle E = 60.$

8. दिए गए चित्र में, $\angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (रैखिक युग्म)



$\therefore$ $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ ($\because$ AB = AC दिया है।)

अब $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (त्रिभुज के कोण योग नियम से)

$\Rightarrow$ $\angle A + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

अतः विकल्प (A) सत्य है। **उत्तर**

9. ΔADC और ΔCBA में,

BC = AD (दिया है)

AB = CD (दिया है)

AC = AC (उभयनिष्ठ)

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta CBA$ (SSS सर्वागसमता से)

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

10. समबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएँ बराबर होती हैं। अतः विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

11. दी गई आकृति में तीन समबाहु त्रिभुज क्रमशः ΔPTS, ΔQSR तथा $\angle PQS$ हैं।

अतः विकल्प (C) सही है। **उत्तर**

12. $\angle A = \angle R = 60^\circ$ सत्य है।

$\angle QPR = \angle QPS + \angle SPT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ सत्य है।

इनमें एक विषमबाहु त्रिभुज है, जो असत्य है।

PT = QS सत्य है।

अतः विकल्प (C) सही है। **उत्तर**

13. चूँकि ΔPTS और ΔQRS दोनों ही समबाहु त्रिभुज हैं, जो SAS तथा SSS के अन्तर्गत सर्वांगसम हैं परन्तु RHS के अनुसार सर्वांगसम नहीं हैं। अतः विकल्प (C) सही है। **उत्तर**

14. $\because$ PT = $2x + 1$ तथा QR = $3 - 2y$, तब

तब PT = QR

$\Rightarrow$ $2x + 1 = 3 - 2y,$

$\Rightarrow$ $2x + 2y = 2$

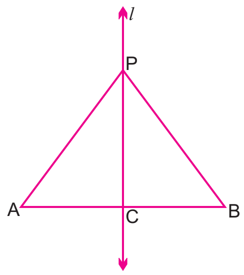
$\Rightarrow$ $x + y = 1$

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

वर्णनात्मक प्रश्न

अति लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. $\because l \perp AB$ है और AB का मध्य-बिंदु C है।



अब ΔPCA और ΔPCB से,

$AC = BC$ (C, AB का मध्य-बिंदु है)

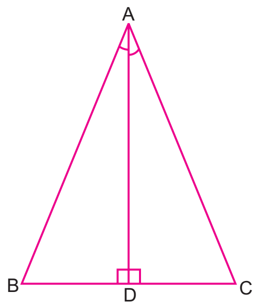
$\angle PCA = \angle PCB = 90°$ (दिया है)

$PC = PC$ (उभयनिष्ठ)

अतः $\Delta PCA \cong \Delta PCB$ (SAS नियम)

अतः $PA = PB.$ (सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ)

2. ΔABD और ΔACD में,



$\angle BAD = \angle CAD$ (दिया है)

$AD = AD$ (उभयनिष्ठ)

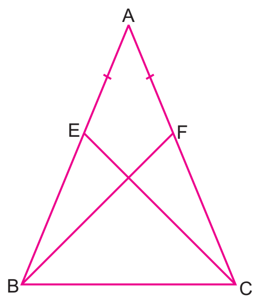
$\Delta ADB = \Delta ADC = 90°$ (दिया है)

अतः $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (A.S.A.)

इसलिए $AB = AC$ (स. त्रि. सं. अ.)

अतः ΔABC समद्विबाहु है।

3. ΔABF और ΔACE में,



$AB = AC$ (दिया है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

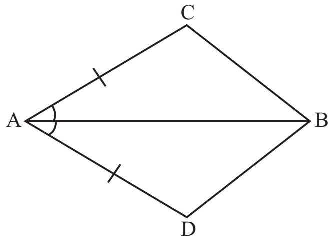
$AF = AE$

($\because$ E तथा F क्रमशः AB तथा AC के मध्य बिन्दु हैं।)

अतः $\Delta ABF \cong \Delta ACE$ (S.A.S नियम)

अतः $BF = CE.$ (स. त्रि. सं. अ.)

4. दिया है : $ACBD$ एक चतुर्भुज है, जहाँ $AC = AD$ तथा AB कोण A को समद्विभाजित करता है।



सिद्ध करना है : $\Delta ABC \cong \Delta ABD.$

उपपत्ति : ΔABC तथा ΔABD में,

$AB = AB$ (उभयनिष्ठ)

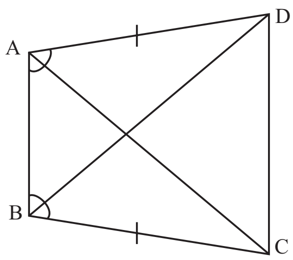
$\angle BAC = \angle BAD$ (दिया है)

$AC = AD$ (दिया है)

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (SAS सर्वांगसमता)

अत: $BC = BD.$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

5. दिया है : $ABCD$ एक चतुर्भुज है जिसमें $AD = BC$ तथा $\angle DAB = \angle CBA.$



सिद्ध करना है : (i) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$

(ii) $BD = AC$

(iii) $\angle ABD = \angle BAC.$

उपपत्ति : ΔABD तथा ΔBAC में,

$AB = BA$ (उभयनिष्ठ)

$\angle DAB = \angle CBA$ (दिया है)

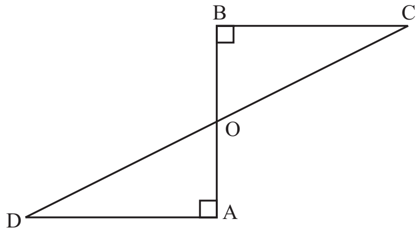
$AD = BC$ (दिया है)

(i) $\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta BAC$ (SAS सर्वांगसमता से)

अत: (ii) $BD = AC$ (सर्वांगसम त्रिभुज की संगत भुजाएँ)

तथा (iii) $\angle ABD = \angle BAC.$ (सर्वांगसम त्रिभुज के संगत कोण)

6. दिया है : रेखाखण्ड AB पर AD तथा BC' दो बराबर लम्ब रेखाखण्ड हैं।

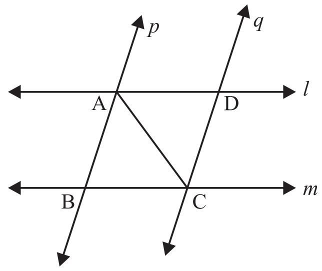


उपपत्ति : ΔAOD तथा ΔBOC में,

	$\angle DAO = \angle CBO = 90^\circ$	(दिया है)
	$\angle AOD = \angle BOC$	(शीर्षाभिमुख कोण)
∴	$BC = AD$	(दिया है)
∴	$\Delta AOD \cong \Delta OBC$	(ASA सर्वांगसमता)
∴	$OA = OB$	

अतः CD रेखाखण्ड AB को समद्विभाजित करता है। **इति सिद्धम।**

7. दिया है : l तथा m दो समान्तर रेखायें हैं जिन्हें समान्तर रेखाओं p तथा q का एक अन्य युग्म प्रतिच्छेदित करता है।



सिद्ध करना है : $\Delta ABC \cong \Delta CDA.$

उपपत्ति : ΔABC तथा ΔCDA में,

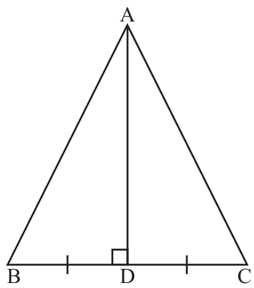
$\angle BAC = \angle DCA$ (एकान्तर कोण)

$\angle ACB = \angle CAD$ (एकान्तर कोण)

$AC = CA$ (उभयनिष्ठ)

अतः $\Delta ABC \cong \Delta CDA.$ (ASA नियम) **इति सिद्धम।**

8. दिया है : ΔABC में AD भुजा BC का लम्ब समद्विभाजक है।



सिद्ध करना है : ΔABC एक समद्विबाहु Δ है जिसमें $AB = AC.$

उपपत्ति : ΔABD तथा ΔACD में,

$DB = CD,$ (दिया है)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

$AD = AD,$ (उभयनिष्ठ)

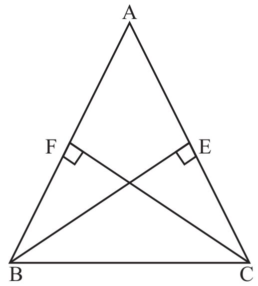
$\Delta ABD \cong \Delta ACD,$ (SAS नियम)

$\therefore$ $AB = AC,$ (CPCT नियम)

अतः ΔABC एक समद्विबाहु Δ है।

9. दिया है : ABC समद्विबाहु Δ है जिसमें बराबर भुजाओं AC तथा AB पर क्रमशः लम्बशीर्ष BE तथा CF खींचे गये हैं।

सिद्ध करना है : लम्बशीर्ष BE = लम्बशीर्ष $CF.$



उपपत्ति : ΔABE तथा ΔACF में,

$\angle A = \angle A,$ (उभयनिष्ठ)

$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$ (दिया है)

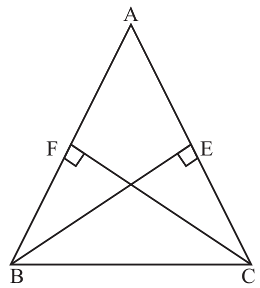
$AB = AC$ (दिया है)

अतः $\Delta ABE \cong \Delta ACF,$ (AAS नियम)

इस प्रकार $BE = CF,$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

इति सिद्धम्।

10. ABC एक Δ है जिसमें AC तथा AB पर खींचे गये शीर्षलम्ब BE तथा CF बराबर हैं।



सिद्ध करना है : (i) $\Delta ABE \cong \Delta ACF$

(ii) $AB = AC$ या ΔABC एक समद्विबाहु Δ है।

उपपत्ति : (i) ΔABE तथा ΔACF में,

$BE = CF,$ (दिया है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$ (दिया है)

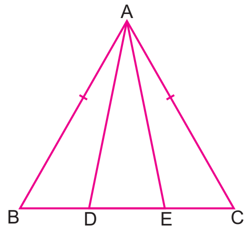
$\Delta ABE \cong \Delta ACF,$ (AAS नियम)

$AB = AC,$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

अतः ΔABC एक समद्विबाहु Δ है। **इति सिद्धम।**

लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. ΔABD और ΔACE में,



$AB = AC$ (दिया है) ...(1)

$\angle B = \angle C$ ...(2)

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण)

साथ ही, $BE = CD$ (दिया है)

इसलिए $BE - DE = CD - DE$

अर्थात् $BD = CE$ ...(3)

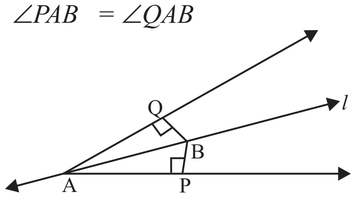
अतः $\Delta ABD \cong \Delta ACE$ [समीकरण (1), (2), (3) और S.A.S नियम द्वारा]

इससे प्राप्त होता है : $AD = AE$ (स. त्रि. सं. अ.)

2. (i) ΔAPB तथा ΔAQB में,

$\angle APB = \angle AQB$ (प्रत्येक = 90°)

$\angle PAB = \angle QAB$ ($\because$ AB, $\angle PAQ$ का समद्विभाजक है)



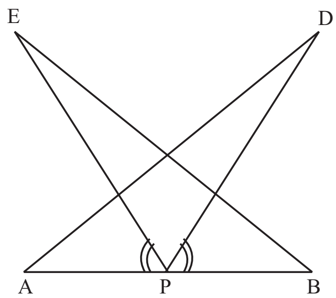
तथा $AB = AB$ (उभयनिष्ठ)

अतः AAS नियम से, $\Delta APB \cong \Delta AQB$

(ii) $BP = BQ$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

अर्थात् B, $\angle A$ की भुजाओं से समदूरस्थ हैं।

3. AB एक रेखाखण्ड है तथा P इसका मध्य बिन्दु है। D तथा E रेखाखण्ड AB के एक ही ओर स्थित दो बिन्दु इस प्रकार हैं कि $\angle BAD = \angle ABE$ तथा $\angle EPA = \angle DPB$.



सिद्ध करना है :

(i) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$

(ii) $AD = BE$

उपपत्ति: (i) $\angle APE = \angle DPB$ (दिया है)

दोनों पक्षों में $\angle EPD$ जोड़ने पर,

$$\angle APE + \angle EPD = \angle DPE + \angle EPD$$

∴ $\angle APD = \angle BPE$

ΔDAP तथा ΔEPB में,

$\angle DAP = \angle EBP$ (दिया है)

$\angle APD = \angle BPE$ (ऊपर सिद्ध किया जा चुका है)

$AP = BP$ (AB का मध्य बिन्दु P है)

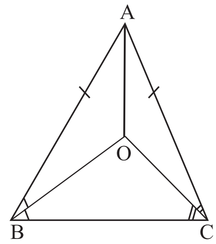
∴ $\Delta DAP \cong \Delta EBP$. (ASA नियम)

(ii) तथा AD = BE (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग) **इति सिद्धम्।**

4. दिया है : एक समद्विबाहु ΔABC में

$$AB = AC$$

$\angle B$ तथा $\angle C$ के समद्विभाजक परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। A को O से जोड़ा।



सिद्ध करना है : (i) $OB = OC$

(ii) AO कोण A को समद्विभाजित करता है।

उपपत्ति : (i) $\angle ABC = \angle ACB,$ (दिया है)

$$\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

∴ $\angle OBC = \angle OCB.$ (समद्विबाहु Δ की प्रमेय से)

अतः $OB = OC,$

(ii) ΔAOB तथा ΔAOC में,

$OB = OC,$ (ऊपर सिद्ध किया है)

$AB = AC,$ (दिया है)

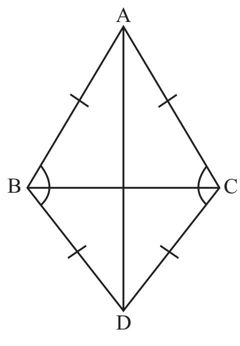
$OA = AO,$ (उभयनिष्ठ)

$\Delta AOB \cong \Delta AOC,$ (SSS नियम)

∴ $\angle AOB = \angle OAC,$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

अतः AO कोण A को समद्विभाजित करता है। **इति सिद्धम्।**

5. दिया है : ΔABC तथा ΔDBC समान आधार BC पर स्थित दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं।



सिद्ध करना है : $\angle ABD = \angle ACD.$

उपपत्ति : ΔABC में, $AB = AC$ (दिया है)

$\angle ABC = \angle ACB$ ...(i)

(समद्विबाहु Δ प्रमेय से)

ΔDBC में, $BD = CD$ (दिया है)

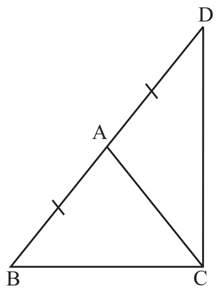
$\therefore$ $\angle DBC = \angle DCB$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर,

$$\angle ABC + \angle DBC = \angle ACB + \angle DCB$$

अतः $\angle ABD = \angle ACD.$ **इति सिद्धम्**

6. ΔABC में, $AB = AC$ (दिया है)



$\Rightarrow$ $\angle ACB = \angle ABC$ ...(1)

($\because$ समान भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।)

अब, $AB = AD$ (दिया है)

$\therefore$ $AD = AC$ ($\because$ $AB = AC$)

इसलिए ΔADC में, $AD = AC$

$\Rightarrow$ $\angle ACD = \angle ADC.$ ...(2)

($\because$ समान भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर,

$$\angle ACB + \angle ACD = \angle ABC + \angle ADC$$

$\Rightarrow$ $\angle BCD = \angle ABC + \angle BDC$ [$\because$ $\Delta ADC = \angle BDC$]

$\Rightarrow$ $\angle BCD + \angle BCD = \angle ABC + \angle BDC + \angle BCD$

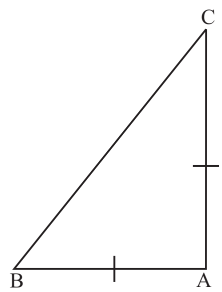
($\because$ $\angle BCD$ को दोनों पक्षों में जोड़ने पर)

$\Rightarrow$ $2\angle BCD = 180^\circ$

$\Rightarrow$ $\angle BCD = 90^\circ$

अतः $\angle BCD$ एक समकोण है। **इति सिद्धम्।**

7. प्रश्नानुसार एक समकोण त्रिभुज ABC है जिसमें



$\angle A = 90^\circ$

तथा $AB = AC$

ΔABC में, $AB = AC$

अर्थात् $\angle C = \angle B$ ...(i)

(क्योंकि ये समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं।)

अब पुनः ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

[$\because$ $\angle A = 90^\circ$ (दिया है) तथा $\angle B = \angle C$ समीकरण (i) से]

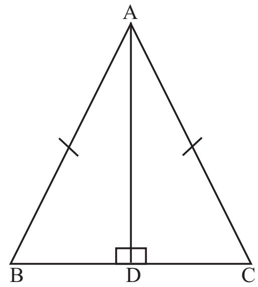
या $2\angle B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

या $\angle B = 45^\circ$

$\because$ $\angle C = \angle B$

$\therefore$ $\angle C = 45^\circ$. **उत्तर**

8. दिया है : AD एक समद्विबाहु ΔABC का एक लम्बशीर्ष है जिसमें $AB = AC$.



सिद्ध करना है : (i) AD रेखाखण्ड BC को समद्विभाजित करता है।

(ii) AD कोण $\angle A$ को समद्विभाजित करता है।

उपपत्ति : ΔABC में,

$AB = AC,$ (दिया है)

$\angle B = \angle C$ (समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं)

ΔABD तथा ΔACD में,

$AD = AD,$ (उभयनिष्ठ)

$AB = AC,$ (दिया है)

$\angle ADB = \angle ADC,$ (प्रत्येक 90°)

अतः $\Delta ABD \cong \Delta ACD,$ ($R.H.S.$ नियम)

तब $BD = CD,$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

तथा $\angle BAD = \angle CAD$

इस प्रकार (i) AD, BC को समद्विभाजित करता है।

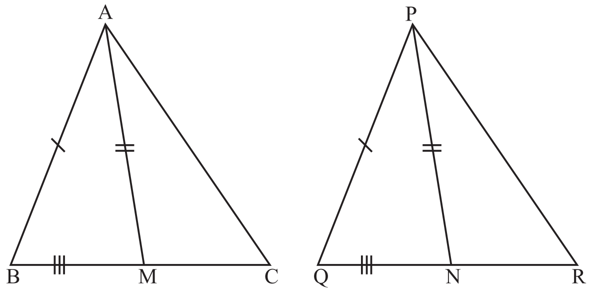
(ii) AD, $\angle A$ को समद्विभाजित करता है। **इति सिद्धम्।**

9. (i) ΔABC तथा ΔPQR में,

$AB = PQ,$ (दिया है)

$BC = QR,$ (दिया है)

तथा $AM = PN,$ (दिया है)



चूँकि AM तथा PN क्रमशः ΔABC तथा ΔPQR की माध्यिकाएँ हैं।

अब $BC = QR$ (दिया है)

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}QR$

$\Rightarrow$ $BM = QN$ ...(i)

अब, ΔABM तथा ΔPQN में,

$AB = PQ$ (दिया है)

$BM = QN$ [समी. (i) से]

तथा $AM = PN$ (दिया है)

$\therefore$ भुजा–भुजा–भुजा सर्वांगसम गुणधर्म से,

$\Delta ABM \cong \Delta PQN$ **इति सिद्धम्**

(ii) ΔABC तथा ΔPQR में,

$AB = PQ$ (दिया है)

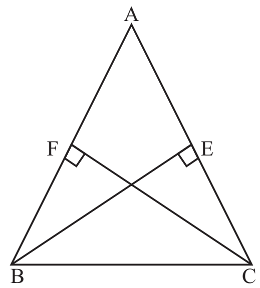
$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABM \cong \Delta PQN$)

$BC = QR$ (दिया है)

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta PQR.$ (SAS नियम से)

इति सिद्धम्।

10. प्रश्नानुसार त्रिभुज की रचना कर अब ΔBEC और ΔCFB में,



$\angle BEC = \angle CFB$ [प्रत्येक 90º]

[क्योंकि BE ⊥ AC और CE ⊥ AB]

$BC = BC$ (उभयनिष्ठ भुजा)

तथा $BE = CF$ (दिया है)

अतः $\Delta BEC \cong \Delta CFB$ [सर्वांगसमता के नियम RHS से]

अतः $EC = FB$ ...(i)

[क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग हैं]

अब पुनः ΔAEB तथा ΔAFC में,

$\angle AEB = \angle AFC$ [प्रत्येक 90° (दिया है)]

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ कोण)

तथा $EB = FC$ (दिया है)

अतः $\Delta AEB \cong \Delta AFC$ (सर्वांगसमता के नियम AAS के अनुसार)

$\therefore$ $AE = AF$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग) ...(ii)

अब समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

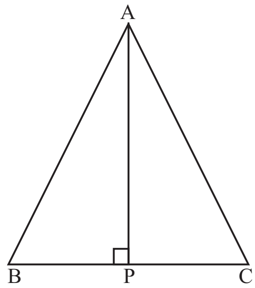
$$EC + AE = FB + AF$$

या $AC = AB$

अब ΔABC में हमें प्राप्त है $AB = AC$

अर्थात् ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

11. दिया है : चित्रानुसार एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC है। जिसमें $AB = AC$.



सिद्ध करना है : $\angle B = \angle C$.

रचना : भुजा BC पर लम्ब AP खींचा।

उपपत्ति : ΔABP तथा ΔACP में,

$\angle APB = \angle APC$ (प्रत्येक कोण 90°) (रचना से)

$AB = AC$ (दिया है)

$AP = AP$ (उभयनिष्ठ भुजाएँ)

अतः $\Delta ABP \cong \Delta ACP$

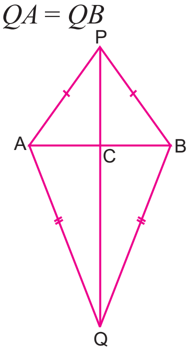
(सर्वांगसमता के नियम RHS के अनुसार)

अतः $\angle B = \angle C$. [क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग हैं]

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

1. $\because$ दिया है : $PA = PB$

तथा $QA = QB$



सिद्ध करना है : रेखा PQ रेखाखण्ड AB को समद्विभाजित करता है, अर्थात $PQ \perp AB$.

अब ΔPAQ और ΔPBQ में,

$AP = BP$ (दिया है)

$AQ = BQ$ (दिया है)

$PQ = PQ$ (उभयनिष्ठ)

अतः $\Delta PAQ \cong \Delta PBQ$ (S.S.S नियम)

इसलिए $\angle APQ = \angle BPQ$ (स.त्रि.सं.अ.)

अब ΔPAC और ΔPBC में,

$AP = BP$ (दिया है)

$\angle APC = \angle BPC$ ($\angle APQ = \angle BPQ$ ऊपर सिद्ध किया है)

$PC = PC$ (उभयनिष्ठ)

अतः $\Delta PAC \cong \Delta PBC$ (S.A.S नियम)

इसलिए $AC = BC$ (स. त्रि. सं. अ.) ...(1)

और $\angle ACP = \angle BCP$ (स.त्रि. सं. अ.)

साथ ही, $\angle ACP + \angle BCP = 180°$ (रैखिक युग्म)

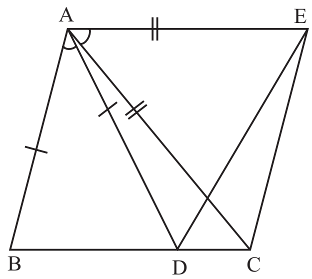
इसलिए, $2\angle ACP = 180°$

या $\angle ACP = 90°$ ...(2)

अतः समीकरण (1) और (2) से, रेखा PQ रेखाखण्ड AB का लम्ब समद्विभाजक है।

2. दिया है : $AC = AE, AB = AD$

तथा $\angle BAD = \angle EAC$



सिद्ध करना है : $BC = DE$

उपपत्ति : $\because$ $\angle BAD = \angle EAC$ (दिया है)

दोनों पक्षों में $\angle DAC$ जोड़ने पर,

$$\angle BAD + \angle DAC = \angle EAC + \angle DAC$$

$$\angle BAC = \angle DAE$$

ΔABC तथा ΔDAE में,

$\angle BAC = \angle DAE$ (ऊपर सिद्ध किया है)

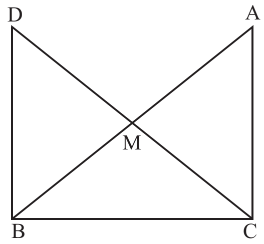
BA = DA, (दिया है)

AC = AE, (दिया है)

$\therefore$ $\Delta BAC \cong \Delta DAE$, ($SAS$ नियम)

अतः BC = DE. **इति सिद्धम**

3. दिया है: $\angle C = 90^\circ$, $AM = BM$ तथा $DM = CM$.



सिद्ध करना है :

(i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

(ii) $\angle DBC$ एक समकोण है

(iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$

(iv) CM = $\frac{1}{2}AB$.

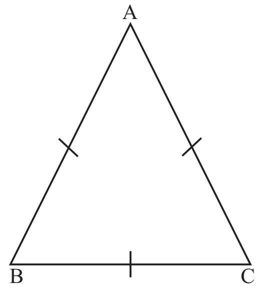
उपपत्ति : (i) ΔAMC तथा ΔBMD में,

	$AM = BM$	(दिया है)
	$CM = DM$	(दिया है)
	$\angle AMC = \angle BMD$	(शीर्षाभिमुख कोण)
$\therefore$	$\Delta AMC \cong \Delta BMD.$	(SAS नियम)
(ii)	$\angle CAM = \angle DBM,$	(C.P.C.T.)
तथा	$\angle CAM + \angle MBC = 90^\circ$	(क्योंकि, $\angle C = 90^\circ$)
$\therefore$	$\angle DBM + \angle MBC = 90^\circ$	
$\Rightarrow$	$\angle DBC = 90^\circ$	**इति सिद्धम्।**

(iii) ΔDBC तथा ΔACB में,

	$BC = BC$	(उभयनिष्ठ)
	$DB = AC$	($\Delta MBD \cong \Delta AMC$, C.P.C.T.)
	$\angle DBC = \angle ACB = 90^\circ$	(ऊपर सिद्ध किया है)
अत:	$\Delta DBC \cong \Delta ACB.$	(SAS नियम)
(iv) क्योंकि	$\Delta DBC \cong \Delta ACB.$	
$\therefore$	$DC = AB$	
या	$\frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}AB$	
	$CM = \frac{1}{2}AB$	[M, AB तथा DC का मध्यबिन्दु है।]
अत:	$CM = \frac{1}{2}AB.$	

4. माना कि एक समबाहु त्रिभुज ABC है।



$\therefore$ $AB = BC = AC$

यदि $AB = BC$ है तो

$\angle C = \angle A$ ...(i)

(क्योंकि ये समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं।)

पुनः यदि $AB = AC$ है तो

$\angle C = \angle B$ ...(ii)

(क्योंकि ये समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं।)

अब समीकरण (i) व (ii) से

$\angle A = \angle B = \angle C$ ...(iii)

अब ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (त्रिभुज के कोण योग गुणधर्म से)

या $\angle A + \angle A + \angle A = 180^\circ$

या $3\angle A = 180^\circ$

या $\angle A = 60^\circ$

$\because$ समीकरण (iii) से,

$\angle A = \angle B = \angle C$

अर्थात् $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

इसका अर्थ है कि समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है।

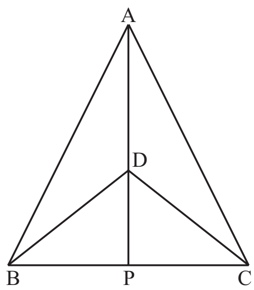
5. **दिया है :** ΔABC तथा ΔDBC एक ही आधार BC पर बने दो समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि A व D भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। AD बढ़ाने पर BC को P पर प्रतिच्छेदित करता है।

सिद्ध करना है : (i) $\Delta BD \cong \Delta ACD$

(ii) $\Delta BP \cong \Delta ACP$

(iii) AP कोण A तथा कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है।

(iv) AP रेखाखण्ड BC का लम्ब समद्विभाजक है।



उपपत्ति : (i) ΔABD तथा ΔACD में,

$AB = AC,$ (दिया है)

$BD = CD,$ (दिया है)

$AD = AD,$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD,$ (SSS नियम)

$\angle BAD = \angle CAD,$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$\therefore$ AD या AP कोण A को समद्विभाजित करता है। **इति सिद्धम्।**

(ii) ΔABP तथा ΔACP में,

$\angle BAP = \angle CAP,$ (ऊपर सिद्ध किया है)

$AB = AC,$ (दिया है)

$AP = AP,$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta ABP \cong \Delta ACP,$ (SSS नियम)

इति सिद्धम्।

(iii) ΔBPD तथा ΔCPD में,

$PD = PD,$ (उभयनिष्ठ)

$BD = CD,$ (दिया है)

$BP = CP,$ (ऊपर सिद्ध किया है)

$\therefore \Delta BPD \cong \Delta CPD,$ (SSS नियम)

अतः $\angle BDP = \angle CDP$

क्योंकि $BP = CP$

$\therefore$ AP, $\angle A$ तथा $\angle D$ को समद्विभाजित करता है। **इति सिद्धम्।**

(iv) $\therefore \angle APB = \angle APC$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

लेकिन $\angle APB + \angle APC = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\therefore \angle APB =$ समकोण त्रिभुज

$\therefore AP \perp BC$

या $BP = PC$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

अतः AP रेखाखण्ड BC का लम्ब समद्विभाजक है। **इति सिद्धम्।**