अध्याय
6

रेखाएँ एवं कोण
(Lines and Angles)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. सही विकल्प : (A)

$40° + 4x + 3x = 180°$ (POQ एक सरल रेखा है)

$\Rightarrow \quad 7x = 180° - 40°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{140^{\circ}}{7}$

अतः $x = 20°$.

2. सही विकल्प : (C)

3. सही विकल्प : (A)

4. सही विकल्प : (C)

5. माना कोण x^o हो, और दूसरा पूरक कोण $= x + 20^o$

तब $x + x + 20^o = 90^o$

$\Rightarrow \quad 2x = 90^o - 20^o \Rightarrow x = 35^o$

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

6. चित्रानुसार,

$\angle APD + \angle DPC + \angle BPC = 180^o$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow \quad x + x + 64^o = 180^o$

$\Rightarrow \quad 2x = 180^o - 64^o = 116^o$

$\Rightarrow \quad x = 58^o$

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

7. $\angle DOB$ तथा $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

$\therefore \quad \angle DOB + \angle BOC = 180^o$ अर्थात् सम्पूरक कोण

अतः विकल्प (C) सही है। **उत्तर**

8. $\angle BOC = \angle AOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

अतः विकल्प (D) सही है। **उत्तर**

9. $\because$ $\angle AOC$ और $\angle AOD$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

$\therefore \quad \angle AOC + \angle AOD = 180^o$

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

10. $\because$ $\angle BOC = 120^\circ$ (दिया है)

$\therefore$ $\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow$ $120^\circ + \angle BOD = 180^\circ$

$\Rightarrow$ $\angle BOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

अतः विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

11. $\because$ $\angle BOD = 60^\circ$ (दिया है)

$\therefore$ $\angle BOD = \angle AOC = 60^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

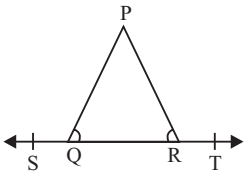
अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

वर्णनात्मक प्रश्न

अति लघु उत्तरीय प्रश्न : (प्रत्येक 2 अंक)

1. $\angle PQR + \angle PQS = 180^\circ$ (रैखिक युग्म से) ...(i)

तथा $\angle PRQ + \angle PRT = 180^\circ$ (रैखिक युग्म से) ...(ii)



समीकरण (i) व (ii) से,

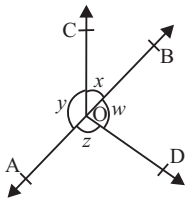
$$\angle PQR + \angle PQS = \angle PRQ + \angle PRT$$

लेकिन $\angle PQR = \angle PRQ$

$\therefore$ $\angle PQS = \angle PRT.$ **इति सिद्धम।**

2. दिया है : $x + y = w + z$

सिद्ध करना है : AOB एक रेखा है।



उपपत्ति : $x + y + w + z = 360^\circ$

[एक बिन्दु के चारों ओर के कोणों का योग 360° होता है]

$\therefore$ $(x + y) + (w + z) = 360^\circ$

या $2x + 2y = 360^\circ$

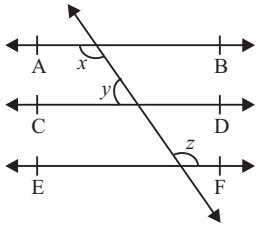
या $x + y = 180^\circ$

लेकिन x तथा y रैखिक युग्म बनाते हैं।

$\therefore$ AOB एक सरल रेखा है। **इति सिद्धम्।**

3. $AB \parallel CD$

$\therefore$ $x + y = 180^\circ$ (एक ही ओर के अन्तःकोणों का योग 180° होता है)



$AB \parallel CD$ तथा $CD \parallel EF$

$\therefore$ $AB \parallel EF$ तब $x = z$

$\therefore$ $y + z = 180^\circ$ तथा $y : z = 3 : 7$

$\Rightarrow$ $\frac{y}{z} = \frac{3}{7}$

$\Rightarrow$ $y = \frac{3z}{7}$

$\therefore$ $z + \frac{3z}{7} = 180$

या $7z + 3z = 180 \times 7 = 10z$

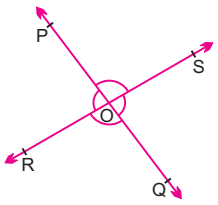
या $z = 126^\circ$

$\therefore$ $x = z$ अतः $x = 126^\circ$. **उत्तर**

लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ (रैखिक युग्म के कोण)

परन्तु $\angle POR : \angle ROQ = 5 : 7$ (दिया है)



अतः $\angle POR = \frac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ$

इसी प्रकार, $\angle ROQ = \frac{7}{12} \times 180^\circ = 105^\circ$

अब $\angle POS = \angle ROQ = 105^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

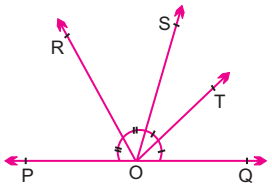
और $\angle SOQ = \angle POR = 75^\circ$. (शीर्षाभिमुख कोण)

2. किरण OS रेखा POQ पर खड़ी है।

अतः $\angle POS + \angle SOQ = 180°$

परन्तु $\angle POS = x$

अतः $x + \angle SOQ = 180°$



इसलिए $\angle SOQ = 180° - x$

अब किरण OR, $\angle POS$ को समद्विभाजित करती है।

इसलिए $\angle ROS = \frac{1}{2} \times \angle POS$

$= \frac{1}{2} \times x = \frac{x}{2}$

इसी प्रकार, $\angle SOT = \frac{1}{2} \times \angle SOQ$

$= \frac{1}{2} \times (180° - x)$

$= 90° - \frac{x}{2}$

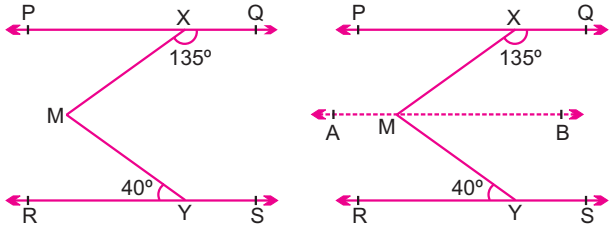
अब, $\angle ROT = \angle ROS + \angle SOT$

$= \frac{x}{2} + 90° - \frac{x}{2} = 90°.$

3. यहाँ m से होकर, रेखा PQ के समांतर एक अन्य रेखा AB खींचते हैं अब $AB \parallel PQ \parallel RS$ है।

अब $\angle QXM + \angle XMB = 180°$

($AB \parallel PQ$, तिर्यक रेखा XM के एक ही ओर के अंतः कोण)



परन्तु $\angle QXM = 135°$ (दिया है)

$135° + \angle XMB = 180°$

अतः $\angle XMB = 45°$ …(1)

अब $\angle BMY = \angle MYR$ ($AB \parallel RS$, एकांतर कोण)

अतः $\angle BMY = 40°$ …(2)

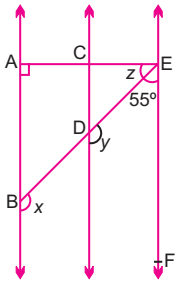
समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर,

$$\angle XMB + \angle BMY = 45° + 40°$$

अर्थात् $\angle XMY = 85°$. **उत्तर**

4. $y + 55° = 180°$

($\because$ $CD \parallel EF$, तिर्यक रेखा ED के एक ही ओर के अंतः कोण)



अतः $y = 180° - 55° = 125°$

पुनः $x = y$

($\because AB \parallel CD$, संगत कोण अभिगृहीत)

इसलिए $x = 125°$

अब चूँकि $AB \parallel CD$ और $CD \parallel EF$ है इसलिए $AB \parallel EF$ है।

अतः $\angle EAB + \angle FEA = 180°$ (तिर्यक रेखा EA के ही ओर के अंतः कोण)

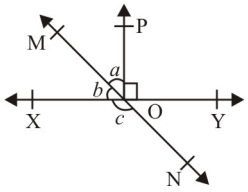
इसलिए $90° + z + 55° = 180°$

$\therefore$ $z = 35°$. **उत्तर**

5. दिया है : $\angle POY = 90°$

तथा $a : b = 2 : 3$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}b$$



$\therefore$ $\angle POX + \angle POY = 180°$ (रैखिक युग्म)

या $\angle POX = 180° - 90° = 90°$

अब $a + b = 90^\circ$

$\therefore \quad \frac{2}{3}b + b = 90^\circ$

$\Rightarrow \quad 2b + 3b = 270^\circ \Rightarrow 5b = 270^\circ \Rightarrow b = 54^\circ$

$\therefore \quad a = \frac{2}{3} \times b = \frac{2}{3} \times 54 = 36^\circ$

लेकिन MON एक सरल रेखा है। अतः

$b + c = 180^\circ$

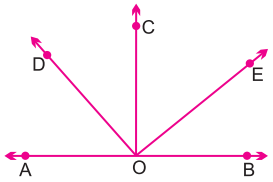
$\Rightarrow \quad 54^\circ + c = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad c = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ.$ **उत्तर**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

1. दिया है, $\angle AOC$ का समद्विभाजक OD है।

$\angle BOC$ का समद्विभाजक OE है तथा $OD \perp OE$.



सिद्ध करना है : A, O तथा B संरेख हैं।

उपपत्ति : $\angle AOC = 2\angle DOC$ ...(i)

तथा $\angle BOC = 2\angle COE$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

$\angle AOC + \angle BOC = 2\angle DOC + 2\angle COE$

$\angle AOC + \angle BOC = 2(\angle DOC + \angle COE)$

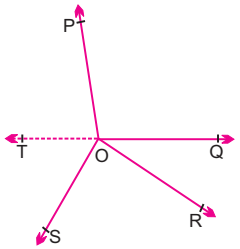
$\angle AOC + \angle BOC = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$

इसलिए AOB एक सरल रेखा है।

अतः, बिंदु A, O तथा B संरेख हैं। **इति सिद्धम्।**

2. आकृति में, आपको किरणों OP, OQ, OR और OS में से किसी एक को पीछे एक बिंदु तक बढ़ाए जाने की आवश्यकता है। आइए किरण OQ को एक बिंदु T तक पीछे बढ़ा दें ताकि TOQ एक रेखा हो (देखिए आकृति)।

अब किरण OP रेखा TOQ पर खड़ी है।



अतः $\angle TOP + \angle POQ = 180°$ …(1) (रैखिक युग्म अभिगृहीत)

इसी प्रकार, किरण OS रेखा TOQ पर खड़ी है।

अतः $\angle TOS + \angle SOQ = 180°$ …(2)

परन्तु $\angle SOQ = \angle SOR + \angle QOR$ है।

समीकरण (2) से,

$$\angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 180°$$ …(3)

अब समीकरण (1) और (3) को जोड़ने पर, :

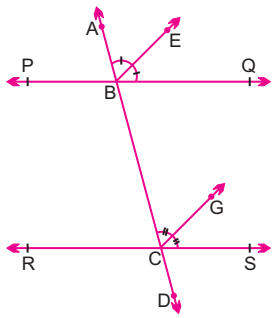
$$\angle TOP + \angle POQ + \angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 360°$$ …(4)

परन्तु $\angle TOP + \angle TOS = \angle POS$ है।

अतः (4) निम्न हो जाती है :

$$\angle POQ + \angle QOR + \angle SOR + \angle POS = 360°.$$

3. आकृति में, एक तिर्यक रेखा AD दो रेखाओं PQ और RS को क्रमशः बिंदुओं B और C पर प्रतिच्छेद करती है। किरण BE, $\angle ABQ$ की समद्विभाजक है और किरण CG, $\angle BCS$ की समद्विभाजक है तथा $BE \parallel CG$ है।



सिद्ध करना है : $PQ \parallel RS$.

$\because$ किरण BE, $\angle ABQ$ की समद्विभाजक है।

अतः $$\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABQ$$ …(1)

इसी प्रकार किरण CG, $\angle BCS$ की समद्विभाजक है।

अतः $$\angle BCG = \frac{1}{2}\angle BCS$$ …(2)

परन्तु $BE \parallel CG$ है और AD एक तिर्यक रेखा है।

अतः $\angle ABE = \angle BCG$ (संगत कोण अभिगृहीत) …(3)

समीकरण (3) में, समी. (1) और (2) को प्रतिस्थापित करने पर,

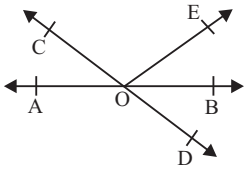
$$\frac{1}{2}\angle ABQ = \frac{1}{2}\angle BCS$$

अर्थात् $\angle ABQ = \angle BCS$

परन्तु ये तिर्यक रेखा AD द्वारा रेखाओं PQ और RS के साथ बनाए गए संगत कोण हैं और ये बराबर हैं।

अतः $PQ \parallel RS.$ (संगत कोण अभिगृहीत का विलोम)

4. $\because$ OA तथा OB विपरीत किरणें हैं। इसलिए AB एक सरल रेखा है।



चूँकि किरण OC, AB पर आधारित है। इसलिए,

$\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$ [$\because \angle COB = \angle COE + \angle BOE$]

$\Rightarrow (\angle AOC + \angle BOE) + \angle COE = 180^\circ$

$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$ [$\because \angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ (दिया है।)]

$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\therefore$ प्रतिवर्ती $\angle COE = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

चूँकि OC तथा OD विपरीत किरणें हैं। इसलिए,

$\angle COE + \angle EOD = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

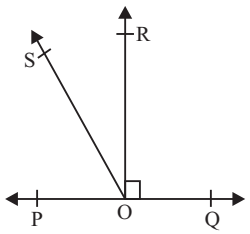
$\Rightarrow \angle COE + \angle BOE + \angle BOD = 180^\circ$

$\Rightarrow 110^\circ + \angle BOE + 40^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BOE = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

अतः $\angle BOE = 30^\circ$ तथा प्रतिवर्ती $\angle COE = 250^\circ$. **उत्तर**

5. दिया है : दिए चित्र में POQ एक रेखा है। एक अन्य रेखा PQ पर बिन्दु O पर मिलती है।



सिद्ध करना है : $\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$

उपपत्ति : $\angle QOS = (\angle SOR + \angle ROQ)$ ...(i)

और $\angle POS = \angle POR - \angle SOR$ ...(ii)

समी. (i) में से समी. (ii) घटाने पर,

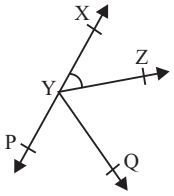
$\angle QOS - \angle POS = \angle SOR + \angle ROQ - \angle POR + \angle SOR$

या $\angle QOS - \angle POS = 2\angle SOR$ [$\because \angle ROQ = \angle POR = 90^\circ$]

या $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$\therefore \angle SOR = \frac{1}{2}[\angle QOS - \angle POS].$

6. $\because$ XY को बिन्दु P तब बढ़ाया गया है। अतः XP एक सीधी रेखा है। चूँकि YZ, XP पर स्थित है।



$\therefore$ $\angle XYZ + \angle ZYP = 180^\circ$ (रैखिक युग्म से)

$\Rightarrow$ $64^\circ + \angle ZYP = 180^\circ$ ($\because$ $\angle XYZ = 64^\circ$)

$\Rightarrow$ $\angle ZYP = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$

$\because$ किरण YQ, $\angle XYP$ को समद्विभजित करती है।

$\therefore$ $\angle QYP = \angle ZYQ$

$$= \frac{116^\circ}{2} = 58^\circ.$$

अब $\angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$

या $\angle XYQ = 64^\circ + 58^\circ = 122^\circ.$ **उत्तर**

तथा प्रतिवर्ती $\angle QYP = 360^\circ - \angle QYP$

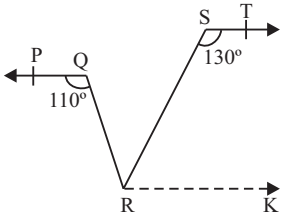
$= 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ.$ **उत्तर**

7. दिया है : $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$, $\angle RST = 130^\circ$

ज्ञात करना है : $\angle QRS$.

रचना : $RK \parallel ST$ खींची $ST \parallel RK$

$\therefore$ $\angle TSR + \angle KRS = 180^\circ$ (एक ही ओर के अन्तःकोणों का योग 180° होता है)



लेकिन $\angle TSR = 130^\circ$

$130^\circ + \angle KRS = 130^\circ$

$\angle KRS = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

पुनः $PQ \parallel RK$ चूँकि $PQ \parallel ST$

$\therefore$ $\angle PQR = \angle QRK$

$110^\circ = \angle QRS + \angle SRK$

$110^\circ = \angle QRS + 50^\circ$

$\Rightarrow$ $\angle QRS = 60^\circ.$ **उत्तर**