अध्याय 4

दो चरों वाले रैखिक समीकरण
(Linear Equations in Two Variables)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. सही विकल्प (C).

दिए गए समीकरण $2x - 5y = 7$ में x के प्रत्येक मान के लिए हमें y का एक मान प्राप्त होता है इसलिए रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

2. सही विकल्प (A)

प्राकृत संख्याओं में केवल एक युग्म (1, 1) है, जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करता है लेकिन धनात्मक वास्तविक संख्याओं और परिमेय संख्याओं में कई युग्म हैं जो दिए गए रैखिक समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

3. सही विकल्प (A)

$x = 2, y = 0$ दिए गए समीकरण में रखने पर

$$2x + 3y = k$$

$\Rightarrow$ $$2(2) + 3(0) = k$$

अतः $$k = 4.$$

4. सही विकल्प (A)

$$2x + 0y + 9 = 0$$

या $$2x = -9 \text{ या } x = \frac{-9}{2}$$

और y का मान कोई भी वास्तविक संख्या हो सकती है, अतः $\left(\frac{-9}{2}, m\right)$ दिए गए रैखिक समीकरण के हल का अभीष्ट रूप है।

5. सही विकल्प (B)

दिए गए समीकरण $x = 7$ में y का गुणांक शून्य (0) है।

अतः अभीष्ट समीकरण $1.x + 0.y = 7$ है।

6. सही विकल्प (C)

चूँकि, x-अक्ष पर y-निर्देशांक शून्य होता है।

इसलिए x-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का रूप $(x, 0)$ है।

7. सही विकल्प (A)

रेखा $y = x$ पर x तथा y के निर्देशांक समान होते हैं अर्थात् $x = a, y = a$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण के हल का अभीष्ट रूप (a, a) हैं।

8. सही विकल्प (B)

x-अक्ष के समीकरण का रूप $y = 0$ है।

9. सही विकल्प (B).

समीकरण $x + y = 0$ में सभी हल रखने पर

(A) $(-2) + (2) = 0$ (B) $0 + 0 = 0$ (C) $(2) + (-2) = 0$

अतः $x + y = 0$ अभीष्ट रैखिक समीकरण का रूप है।

10. सही विकल्प (A)

क्योंकि प्रथम चतुर्थांश में सभी बिन्दुओं के निर्देशांक धनात्मक होते हैं।

11. सही विकल्प : (C)

स्पष्टीकरण : समीकरण $x + y = 7$ में $x = 5$ और $y = 2$ रखने पर

$$x + y = 7$$
$$5 + 2 = 7$$

अतः (5, 2) दिए गए समीकरण का हल है।

12. सही विकल्प : (B)

स्पष्टीकरण : रैखिक समीकरण के हल के नियम से रैखिक समीकरण का हल वही रहता है।

11. समीकरण $x + 2y = 7$

अब बिन्दु (5, 1) अर्थात् $x = 5$ तथा $y = 1$ समीकरण में रखने पर,

$$x + 2y = 7 \Rightarrow 5 + 2 \times 1 = 7 \Rightarrow 7 = 7$$

$\therefore$ बिन्दु (5, 1) दिए गए समीकरण का एक हल है। अतः विकल्प (A) सत्य है।

12. समीकरण $x = 7$ का मानक रूप :

$$1.x + 0.y - 7 = 0$$

अत विकल्प (D) सत्य है।

13. सही विकल्प (C).

दिए गए चारों विकल्पों में से $x^2 + x = 1$ एक द्विघात रूप वाला समीकरण है शेष तीनों दो चरों वाले समीकरण हैं।

14. सही विकल्प (B).

माना सीता और गीता ने क्रमशः ₹ x तथा ₹ y का योगदान प्रधानमंत्री राहत कोष में दिया हो, तब

कुल योगदान = ₹ 200 अर्थात् $x + y = 200$

15. सही विकल्प (C).

सीता के द्वारा दिया गया योगदान = ₹ 76

सीता और गीता के द्वारा दिया गय योगदान = ₹ 200

तब गीता के द्वारा दिया गया योगदान = ₹ (200 – 76) = ₹124.

16. सही विकल्प (B).

कुल योगदान = ₹ 200

जब दोनों का योगदान बराबर हो, तब प्रत्येक का हिस्सा = ₹ $\frac{200}{2}$ = ₹ 100.

17. सही विकल्प (C).

रैखिक समीकरण : $x = -5$

$\therefore$ मानक रूप : $1.x + 0.y + 5 = 0$

अतः विकल्प (C) सही है।

वर्णनात्मक प्रश्न

अति लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. दिया गया समीकरण है : $3y = ax + 7$ ...(i)

चूँकि बिन्दु (3, 4) उक्त समीकरण में स्थित है, अतः

$$3 \times 4 = 3 \times a + 7$$

$\Rightarrow$ $12 = 3a + 7$

$\Rightarrow$ $12 - 7 = 3a \Rightarrow 5 = 3a \Rightarrow a = 5/3$

2. पहले किमी के लिए टैक्सी का किराया = ₹ 8

अगले प्रति किमी के लिए टैक्सी का किराया = ₹ 5

कुल किराया = ₹ y तथा कुल दूरी = x किमी

दी गई जानकारी के लिए दो चरों का रैखिक समीकरण है

$$y = 8 \times 1 + 5(x - 1)$$

$\Rightarrow$ $y = 8 + 5x - 5$

$\Rightarrow$ $y = 5x + 3$

$\Rightarrow$ $5x - y + 3 = 0.$ **उत्तर**

3. माना यामिनी तथा फतिमा का प्रधानमंत्री राहत कोष में दिया गया योगदान ₹ x तथा ₹ y रुपए।

कुल योगदान ₹ 100 है, तब रैखिक समीकरण है :

$$x + y = 100$$

या $y = 100 - x.$

4. दिया गया समीकरण, $2x + 3y = k$

$x = 2$ तथा $y = 1$ रखने पर, $2 \times 2 + 3 \times 1 = k$

$\Rightarrow$ $k = 7.$ **उत्तर**

5. मान लीजिए एक नोटबुक की कीमत = x

तथा एक कलम की कीमत = y

प्रश्नानुसार, एक नोट–बुक की कीमत एक कलम की कीमत की दुगुनी है। अतः रैखिक समीकरण है :

$$x = 2y.$$ **उत्तर**

लघु उत्तरीय प्रश्न : (प्रत्येक 4 अंक)

1. $2x + 3y = 4.37$ को $2x + 3y - 4.37 = 0$ अर्थात् $2x + 3y + (-4.37) = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है जिसकी तुलना $ax + by + c = 0$ से करने पर हम पाते हैं : $a = 2$, $b = 3$ और $c = -4.37$ है।

2. समीकरण $x - 4 = \sqrt{3}y$ को $x - \sqrt{3}y - 4 = 0$ अर्थात् $x + (-\sqrt{3})y + (-4) = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है जिसकी तुलना $ax + by + c = 0$ से करने पर हम पाते हैं: $a = 1$, $b = -\sqrt{3}$ और $c = -4$ है।

3. समीकरण $4 = 5x - 3y$ को $5x - 3y - 4 = 0$ अर्थात् $5x + (-3)y + (-4) = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है जिसकी तुलना $ax + by + c = 0$ से करने पर हम पाते हैं: $a = 5$, $b = -3$ और $c = -4$ है। इसको $-5x + 3y + 4 = 0$ अर्थात् $(-5)x + 3y + 4 = 0$ के रूप में भी लिखा जा सकता है। इस स्थिति में, $a = -5$, $b = 3$ और $c = 4$ है।

4. समीकरण $2x = y$ को $2x - y + 0 = 0$ अर्थात् $2x + (-1)y + 0 = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है जिसकी तुलना $ax + by + c = 0$ से करने पर हम पाते हैं: $a = 2, b = -1$ और $c = 0$ है।

5. **(i)** $x = -5$ को $1 \cdot x + 0 \cdot y = -5$ या $1 \cdot x + 0 \cdot y + 5 = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है।

(ii) $y = 2$ को $0 \cdot x + 1 \cdot y = 2$ या $0 \cdot x + 1 \cdot y - 2 = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है।

6. **(i)** $2x = 3$ को $2 \cdot x + 0 \cdot y - 3 = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है।

(ii) $5y = 2$ को $0 \cdot x + 5 \cdot y - 2 = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है।

7. दिया गया समीकरण

$$4x + 3y = 12$$

सर्वप्रथम $x = 0$ रखने पर,

$$0 + 3y = 12$$

$$\Rightarrow \quad 3y = 12$$

$$\Rightarrow \quad y = 4$$

अत : समीकरण का प्रथम हल $(0, 4)$ होगा। **उत्तर**

अब $y = 0$ रखने पर,

$$4x + 0 = 12$$

$$\Rightarrow \quad 4x = 12$$

$$\Rightarrow \quad x = 3$$

अत : समीकरण का दूसरा हल $(3, 0)$ होगा। **उत्तर**

8. दिया गया समीकरण,

$$2x + 5y = 0$$

$x = 0$ रखने पर, $\quad 5y = 0$ या $y = 0$

अतः समीकरण का पहला हल $(0, 0)$ होगा। **उत्तर**

अब $x = 1$ रखने पर,

$$2(1) + 5y = 0$$

$$5y = -2 \text{ या } y = -\frac{2}{5}$$

अत : दूसरा हल $\left(1, -\frac{2}{5}\right)$ होगा। **उत्तर**

9. दिया गया समीकरण,

$$3y + 4 = 0$$

$\because$ यहाँ x का गुणांक शून्य है अर्थात् x के मान $0, 1, 2, 3, ...$ आदि हो सकते है।

$\therefore \quad 3y = -4$

$$y = -\frac{4}{3}$$

अत : इस प्रकार के समीकरण के हल $\left(0, -\frac{4}{3}\right)$ और $\left(1, -\frac{4}{3}\right)$ होगें। **उत्तर**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

1. दिए गए समीकरण $x + 2y = 6$ को देखने पर हम पाते हैं कि $x = 2, y = 2$ एक हल है। क्योंकि $x = 2$, $y = 2$ पर

$$x + 2y = 2 + 4 = 6$$

अब $x = 0$ लें, दिया गया समीकरण $2y = 6$ हो जाता है जिसका अद्वितीय हल $y = 3$ होता है। अतः $x = 0$, $y = 3$ भी $x + 2y = 6$ का हल है। इसी प्रकार $y = 0$ पर $x = 6$ हो जाता है। अतः $x = 6, y = 0$ भी $x + 2y = 6$ का हल है। अंत में $y = 1$ लें तो दिया समीकरण $x + 2 = 6$ हो जाता है जिसका हल $x = 4$ है। इसलिए $(4, 1)$ भी दिए समीकरण का हल है। अतः दिए हुए समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हलों में चार हल ये हैं :

$$(2, 2), (0, 3), (6, 0) \text{ और } (4, 1).$$

2. $x - y + 2 = 0$ (दिया गया समीकरण)

बिंदु $(0, 2)$ पर, $0 - 2 + 2 = 0 = 0$, को संतुष्ट करता है।

बिंदु $(1, 3)$ पर, $1 - 3 + 2 = 0 = 0$, को संतुष्ट करता है।

बिंदु $(2, 4)$ पर, $2 - 4 + 2 = 4 - 4 = 0$, को संतुष्ट करता है।

बिंदु $(3, -5)$ पर, $3 - (-5) + 2 = 3 + 5 + 2 = 10 \neq 0$, को संतुष्ट नहीं करता है।

बिंदु $(4, 6)$ पर, $4 - 6 + 2 = 6 - 6 = 0$, को संतुष्ट करता है।

इसलिए, बिंदु $(3, -5)$ समीकरण को संतुष्ट नहीं करता है यह असत्य होगा क्योंकि $(3, -5)$ समीकरण का हल नहीं होगा।

3. (a) दिया गया संबंध, $y = \left[\frac{9}{5}\right](x - 273) + 32$

तरल पदार्थ का तापमान $= 313°k$

अर्थात् $x = 313°k$

$$y = \left[\frac{9}{5}\right](313 - 273) + 32$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{9}{5} \times 40 + 32$$

$$\Rightarrow \quad y = 9 \times 8 + 32$$

$$\Rightarrow \quad y = 72 + 32$$

$$\Rightarrow \quad y = 104° \text{ F}.$$

(b) तापमान $= 158°$ F, अर्थात् $y = 158°$ F

दिया है, $$y = \left[\frac{9}{5}\right](x - 273) + 32$$

या $$158 = \left[\frac{9}{5}\right](x - 273) + 32$$

या $$158 \times 5 = 9(x - 273) + 160$$

या $$790 - 160 = 9(x - 273)$$

या $630 = 9(x - 273)$

या $\frac{630}{9} = x - 273$

या $70 = x - 273$

या $x = 70 + 273$

या $x = 343°\ k.$

4. (i) $x - 2y = 4;$

बायाँ पक्ष $= x - 2y$

(0, 2) रखने पर, $0 - 2 \times 2 = -4 \neq$ दायाँ पक्ष

$\therefore$ (0, 2) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल नहीं है। **उत्तर**

(ii) $x - 2y = 4;$

बायाँ पक्ष $= x - 2y$

(2, 0) रखने पर $2 - 2 \times 0 = 2 \neq$ दायाँ पक्ष

$\therefore$ (2, 0) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल नहीं है। **उत्तर**

(iii) $x - 2y = 4;$

बायाँ पक्ष $= x - 2y$

(4, 0) रखने पर, $4 - 2 \times 0 = 4 =$ दायाँ पक्ष

$\therefore$ (4, 0) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है। **उत्तर**

(iv) $x - 2y = 4;$

बायाँ पक्ष $= x - 2y$

$(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ रखने पर,

$$\sqrt{2} - 2 \times 4\sqrt{2} = \sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -7\sqrt{2} \neq \text{दायाँ पक्ष}$$

$\therefore$ $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल नहीं है। **उत्तर**

(v) $x - 2y = 4;$

बायाँ पक्ष $= x - 2y$

(1, 1) रखने पर, $1 - 2 \times 1 = -1 \neq$ दायाँ पक्ष

$\therefore$ (1, 1) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल नहीं है। **उत्तर**

5. $2x + y = 7$ या $y = 7 - 2x$

जब $x = 0$ हो, तब $y = 7 - 2 \times 0 = 7 - 0 = 7$

जब $x = 1$ $y = 7 - 2 \times 1 = 5$

जब $x = 2$ $y = 7 - 2 \times 2 = 3$

जब $x = 3,$ $y = 7 - 2 \times 3 = 1$

अतः दिए समीकरण के चार हल (0, 7), (1, 5) (2, 3), (3, 1) हैं। **उत्तर**

6. $\pi x + y = 9$ या $y = 9 - \pi x$

जब $x = 0,$ $y = 9 - \pi \times 0 = 9$

जब $x = 1,$ $y = 9 - \pi \times 1 = 9 - \pi$

जब $x = 2,$ $y = 9 - \pi \times 2 = 9 - 2\pi$

जब $x = 3$, $y = 9 - \pi \times 3 = 9 - 3\pi$

अतः दिए समीकरण के चार हल $(0, 9), (1, 9 - \pi), (2, 9 - 2\pi), (3, 9 - 3\pi)$ हैं। **उत्तर**

7. $x = 4y$

जब $y = 0$, $x = 4 \times 0 = 0$

जब $y = 1$, $x = 4 \times 1 = 4$

जब $y = 2$, $x = 4 \times 2 = 8$

जब $y = 3$, $x = 4 \times 3 = 12$

अतः दिए समीकरण के चार हल $(0, 0), (4, 1), (8, 2), (12, 3)$ हैं। **उत्तर**