अध्याय 12

सांख्यिकी
(Statistics)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. सही विकल्प (B)

2. सही विकल्प (D)

3. सही विकल्प (B)

4. सही विकल्प (C)

5. सही विकल्प (B)

6. सही विकल्प (B)

7. सही विकल्प (B)

8. सही विकल्प (D)

9. चूँकि अपवर्जी की परिभाषा तर्क (R) में सत्य दी है, इसलिए तर्क (R) के कथानुसार दिए गए सभी वर्ग अन्तराल सत्य हैं।

अत: विकल्प (A) सही है।

10. दिए गए वर्ग चिह्न = 104, 114, 124, 134, 144, 154, 164

$\therefore$ वर्ग माप = 114 – 104 = 124 – 114 = 134 – 124 = 10

अत: विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

11. 30 विद्यार्थियों में से गणित में अधिकतम प्राप्तांक पाने वाले विद्यार्थी = 100

अत: विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

12. 30 विद्यार्थियों में से गणित में न्यूनतम प्राप्तांक पाने वाले विद्यार्थी = 37

अत: विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

13. परास = अधिकतम प्राप्तांक – न्यूनतम प्राप्तांक = 100 – 37 = 63

अत: विकल्प (D) सही है। **उत्तर**

14. 50 से कम अंक प्राप्त करने वाले = 48, 44, 48, 39, 37 अर्थात् 5

अत: विकल्प (C) सही है। **उत्तर**

15. 75 या उससे अधिक अंक प्राप्त करने वाले = 78, 100, 84, 77, 88, 75, 90, 98 अर्थात् 8

अत: विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

वर्णनात्मक प्रश्न

अति लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. स्पष्ट है कि यहाँ चर 'जन्म दिन का महीना' है और चर का मान 'जन्म लेने वाले विद्यार्थियों की संख्या' है।

(i) नवंबर के महीने में 4 विद्यार्थियों का जन्म हुआ।

(ii) अगस्त के महीने में सबसे अधिक विद्यार्थियों का जन्म हुआ।

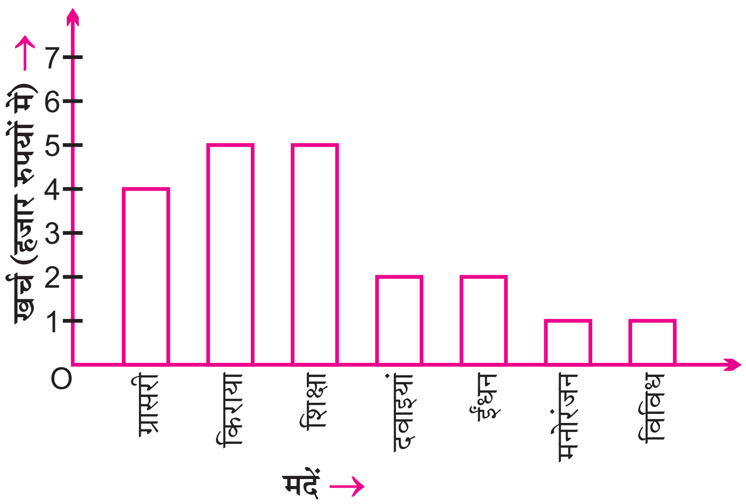
2. उपरोक्त आँकड़ों का दंड आलेख निम्नलिखित विधियों द्वारा बनाते हैं। स्तंभ रूप में दिया गया खर्च 'हजार रुपयों में' में है। इसका अर्थ है कि ग्रॉसरी (परचून का सामान) के सामने लिखा अंक 4 अंक का अर्थ ₹ 4000 है।

(i) सर्वप्रथम कोई भी पैमाना (scale) लेकर हम क्षैतिज अक्ष पर मदों (चर) को व्यक्त करते हैं, क्योंकि यहाँ दंड की चौड़ाई का कोई महत्व नहीं होता। परन्तु स्पष्टता के लिए हम सभी दंड समान चौड़ाई के लेते हैं और उनके बीच समान दूरी बनाए रखते हैं। मान लीजिए एक मद को एक सेंटीमीटर से निरूपित किया गया है।

(ii) खर्च (मूल्य) को ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित करते हैं। क्योंकि अधिकतम खर्च ₹ 5000 है, इसलिए हम पैमाना 1 मात्रक = ₹ 1000 ले सकते हैं।

(iii) अपने पहले मद अर्थात् ग्रॉसरी को निरूपित करने के लिए हम 1 मात्रक की चौड़ाई 4 मात्रक की ऊँचाई वाला एक आयताकार दंड बनाते हैं।

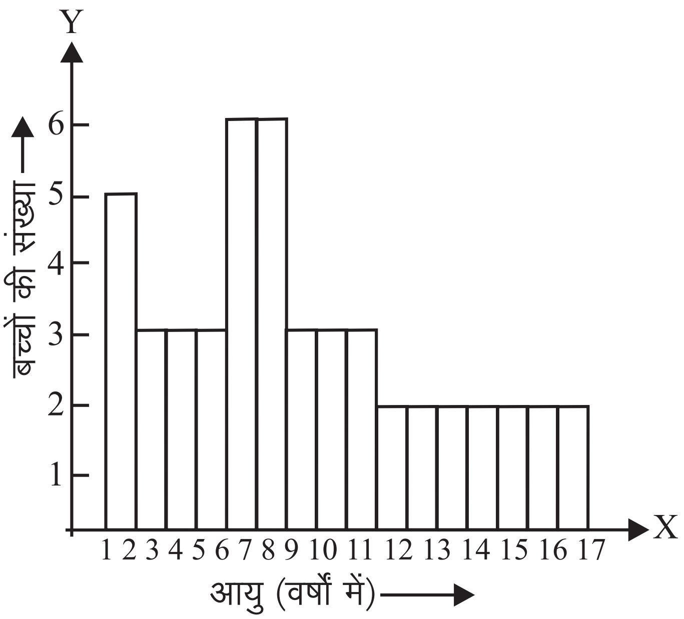
(iv) इसी प्रकार, दो क्रमागत दंडों के बीच 1 मात्रक का खाली स्थान छोड़कर अन्य मदों को निरूपित किया जाता है। (देखिए आकृति)



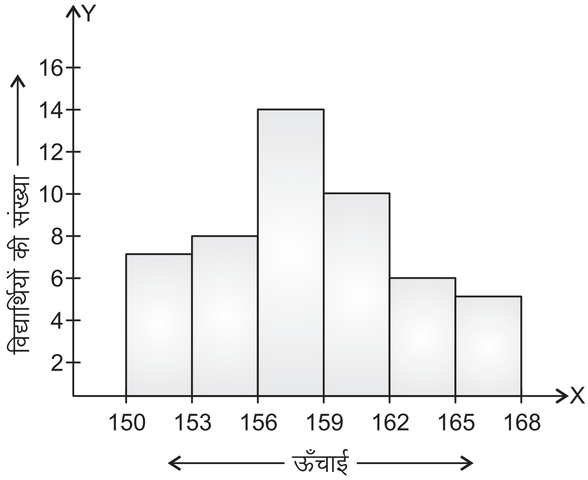
3. वर्ग के आकार बराबर नहीं हैं। हम न्यूनतम वर्ग आकार का वर्ग चुनते हैं यहाँ न्यूनतम वर्ग आकार 1 है। इन वर्ग आकार से अनुसार समायोजित बारम्बारता (आयतों की ऊँचाइयों) की निम्न सारणी प्राप्त होती है।

आयु (वर्षों में)	बारम्बारता	चौड़ाई	आयत की लम्बाई
1 – 2	5	1	$\frac{5}{1}\times 1 = 5$
2 – 3	3	1	$\frac{3}{1}\times 1 = 3$
3 – 5	6	2	$\frac{6}{2}\times 1 = 3$
5 – 7	12	2	$\frac{12}{2}\times 1 = 6$
7 – 10	9	3	$\frac{9}{3}\times 1 = 3$
10 – 15	10	5	$\frac{10}{5}\times 1 = 2$
15 – 17	4	2	$\frac{4}{2}\times 1 = 2$

अब उपरोक्त सारणी का प्रयोग करके आयत चित्र बनाते हैं।



4. ऊँचाई x-अक्ष पर 1 सेमी = 3 इकाई और विद्यार्थियों की संख्या y-अक्ष पर 1 सेमी = 2 इकाई लेकर दिए आँकड़ों के लिए आयत चित्र निम्न प्रकार बना सकते हैं :

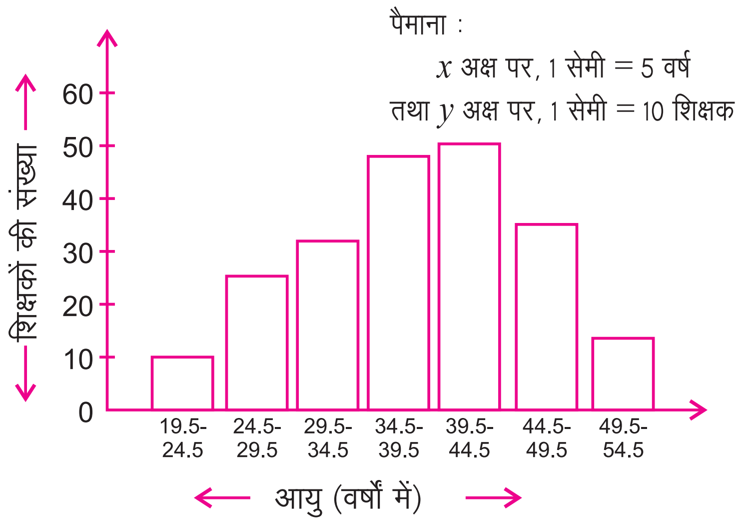


लघु उत्तरीय प्रश्न :

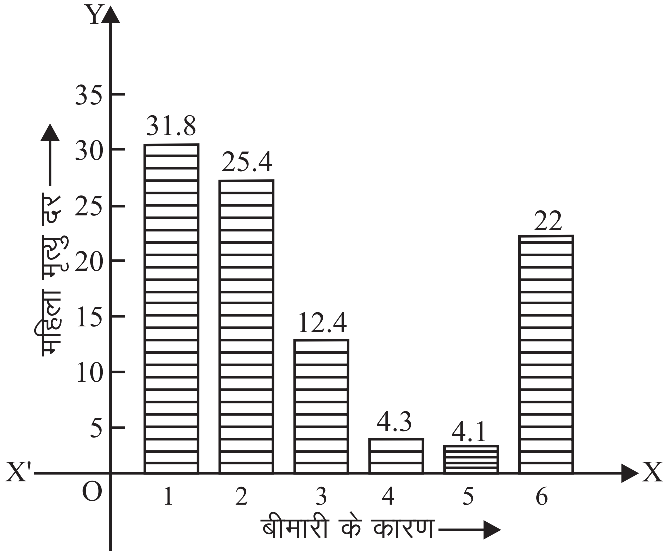
1. उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाने से पहले हमने दी गयी वर्ग अन्तराल को निरंतर वर्ग अन्तराल में बदल दिया है, जैसा कि नीचे दिखाया गया है।

आयु (वर्षों में)	शिक्षकों की संख्या
19.5 – 24.5	10
24.5 – 29.5	28
29.5 – 34.5	32
34.5 – 39.5	48
39.5 – 44.5	50
44.5 – 49.5	35
49.5 – 54.5	12

अब आयत चित्र बनाने के लिए हमें x-अक्ष पर आयु और y-अक्ष पर शिक्षकों की संख्या को लेना होगा।



2. (i) वांछित ग्राफ निम्न प्रकार है :

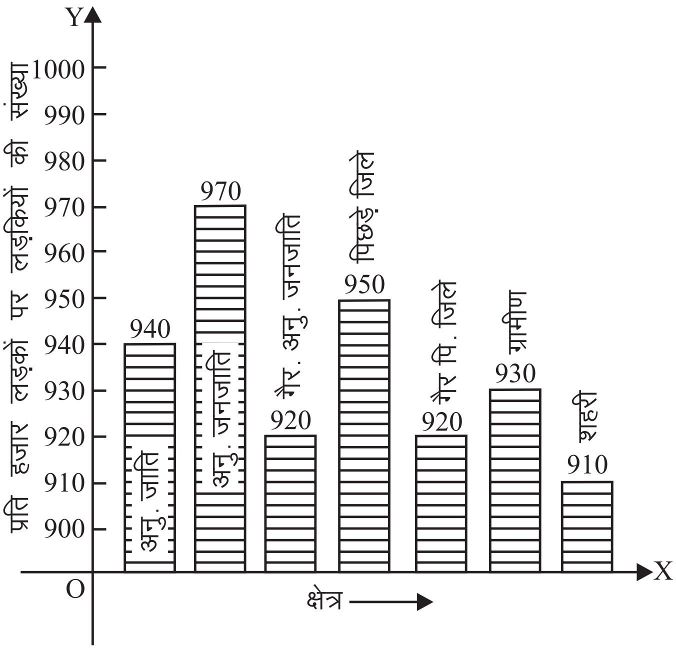


(i) x-अक्ष पर 15-44 वर्षों की महिलाओं के बीमारी और मृत्यु के कारण तथा y-अक्ष पर महिला मृत्यु दर के रूप में व्यक्त किया गया है।

(ii) सारे संसार में महिलाओं की बीमारी और मृत्यु का मुख्य कारण जनन स्वास्थ्य अवस्था है।

(iii) द्वितीय स्थिति में अन्य मुख्य कारक क्षति व अन्य कारण हैं।

3. (i) वांछित दंड आलेख निम्न हैं :



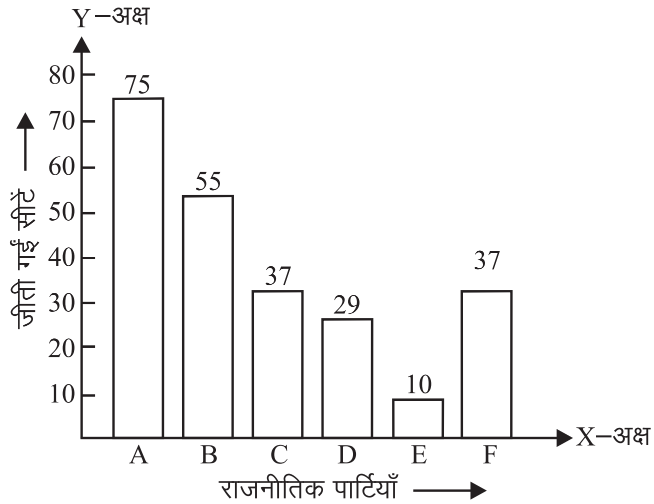
(ii) उपरोक्त आलेख से निष्कर्ष प्राप्त होता है कि हमारे देश में लड़कियों की संख्या प्रति हजार लड़कों से कम है।

4. (i) हम दी गई सूचना का दण्ड आलेख निम्न प्रकार से निरूपित करते हैं :

विधानसभा के चुनावों में विभिन्न राजनीतिक पार्टियों द्वारा जीती गई सीटों के परिणाम।

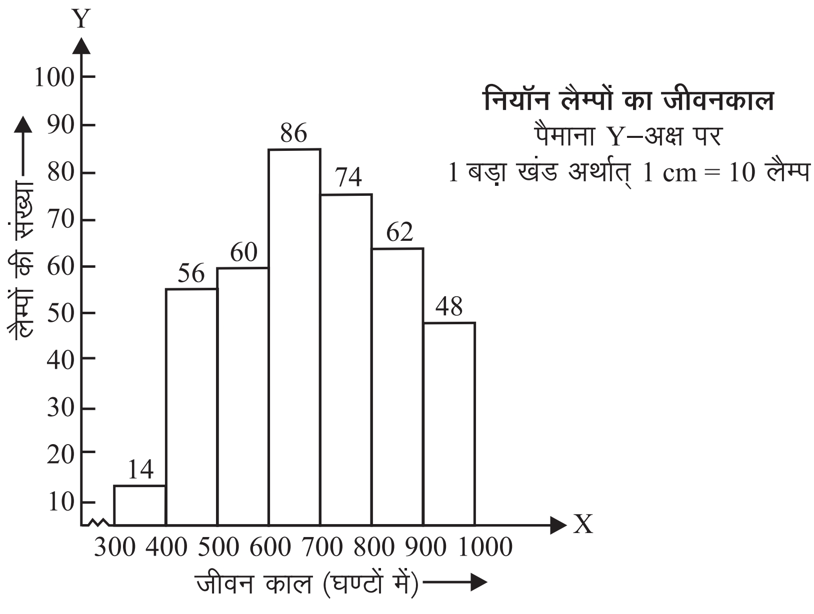
चुना गया पैमाना : y-अक्ष : 1 बड़ा खण्ड

अर्थात् 1 सेमी = 10 सीटें



(ii) राजनीतिक पार्टी A ने अधिकतम सीटें जीतीं।

5. (i) प्रश्न में दी गई सूचना को निम्नानुसार आयत चित्र में निरूपित करते हैं :



(ii) 700 घण्टों से अधिक जीवन काल वाले लैम्पों की संख्या

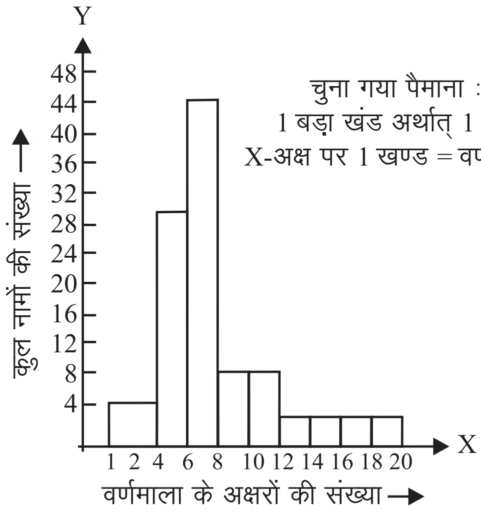
$= 74 + 62 + 48$

$= 184.$

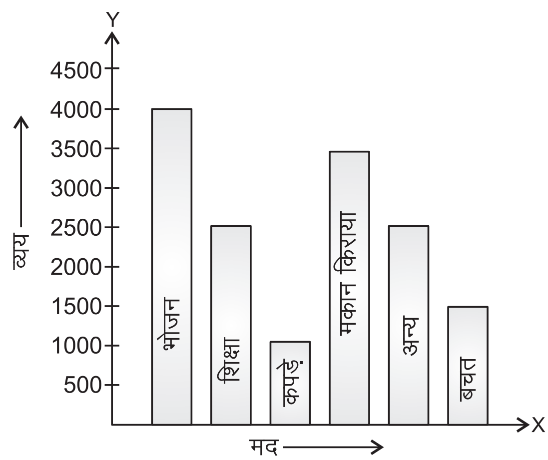
6. यहाँ वर्ग के आकार बराबर नहीं हैं। हम न्यूनतम वर्ग आकार का वर्ग चुनते हैं यहाँ न्यूनतम वर्ग आकार 2 है। इस वर्ग के आकार के अनुसार समायोजित बारम्बारता (आयतों की ऊँचाइयों) को निम्न सारणी प्राप्त होती है :

वर्णमाला के अक्ष. रों की संख्या	बारम्बारता	अन्तराल की चौड़ाई	आयत की लम्बाई की संख्या
1 - 4	6	3	$\frac{6}{3}\times 2 = 4$
4 - 6	30	2	$\frac{30}{2}\times 2 = 30$
6 - 8	44	2	$\frac{44}{2}\times 2 = 44$
8 - 12	16	4	$\frac{16}{4}\times 2 = 8$
12 - 20	4	8	$\frac{4}{8}\times 2 = 1$

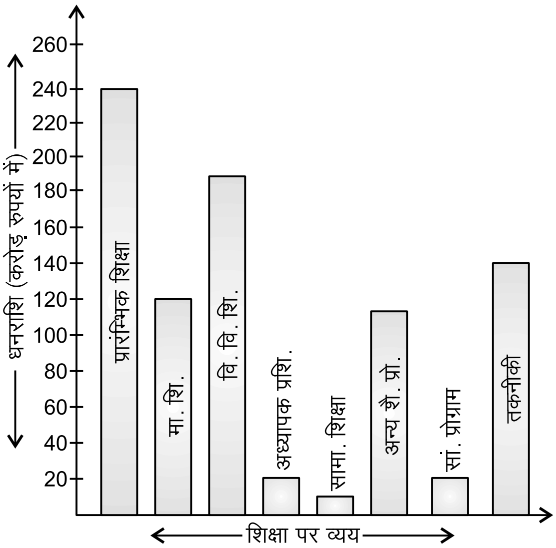
अब उपरोक्त सारणी का प्रयोग करके आयत चित्र बनाते हैं :



7. दिए आँकड़ों के लिए हम मद को x-अक्ष पर और व्यय को y-अक्ष पर जहाँ y अक्ष पर 1 सेमी = 500 इकाई पैमाने के साथ निरूपित करेंगे इसलिए उपरोक्त आँकड़ों के लिए दंड आलेख निम्न प्रकार खींचा जा सकता है :



8.

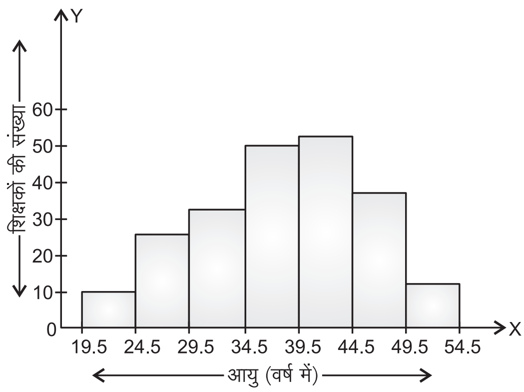


उपरोक्त आँकड़ों के लिए, x-अक्ष पर शिक्षा पर व्यय और y-अक्ष पर 1 सेमी = 20 इकाई के साथ राशि निरूपित करें।

9. उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाने से पहले हमने गैर अतिव्यापी वर्ग अन्तराल को सतत् अन्तराल में निम्न प्रकार बदल दिया है :

आयु (वर्षों में)	शिक्षकों की संख्या
19.5 – 24.5	10
24.5 – 29.5	28
29.5 – 34.5	32
34.5 – 39.5	48
39.5 – 44.5	50
44.5 – 49.5	35
49.5 – 54.5	12

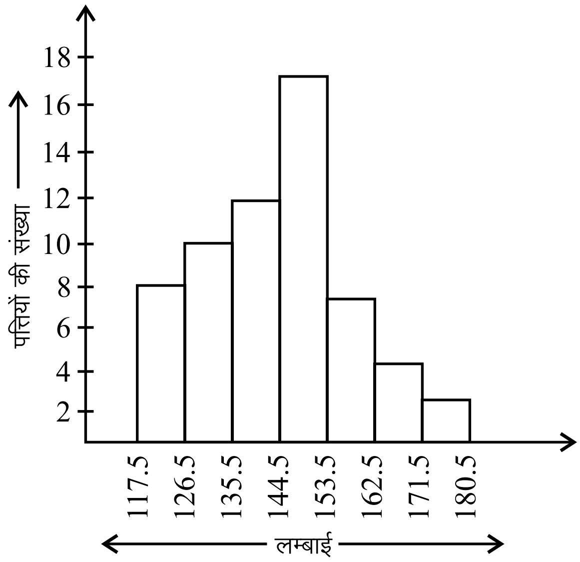
अब हम, आयु को x-अक्ष पर 1 सेमी = 5 इकाई और शिक्षकों की संख्या को y-अक्ष पर 1 सेमी = 10 इकाई पैमाने के साथ एक आयत चित्र खींचते हैं।



10. उपरोक्त आँकड़ों के लिए लंबाई को x-अक्ष पर और पत्तियों की संख्या को y-अक्ष पर उचित पैमाने के साथ आयत चित्र बना सकते हैं, लेकिन पहले हम दिए गए आँकड़ों को सतत् वर्ग अन्तराल में परिवर्तित करेंगे और निम्नलिखित सारणी बनाएँगे :

लंबाई (मिमी. में)	पत्तियों की संख्या
117.5 – 126.5	8
126.5 – 135.5	10
135.5 – 144.5	12
144.5 – 153.5	17
153.5 – 162.5	7
162.5 – 171.5	5
171.5 – 180.5	3

अब उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र निम्न प्रकार खींच सकते हैं :

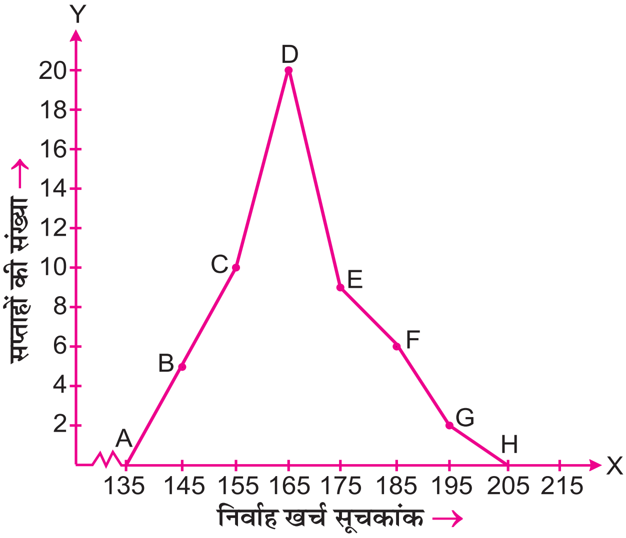


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

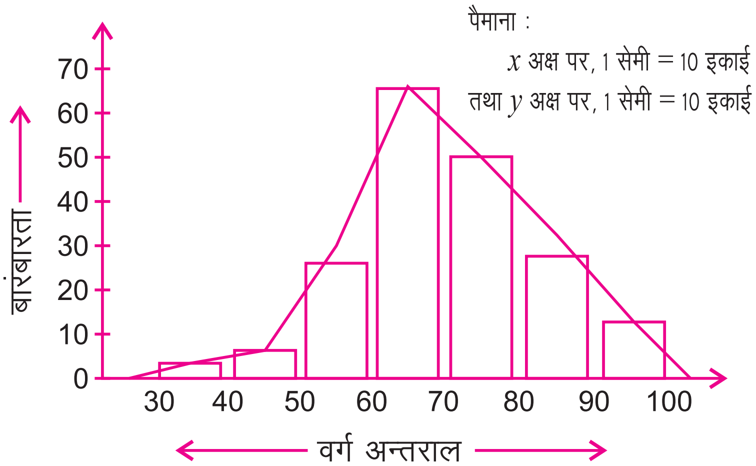
1.

वर्ग	वर्ग - चिह्न	बारंबारता
140 – 150	145	5
150 – 160	155	10
160 – 170	165	20
170 – 180	175	9
180 – 190	185	6
190 – 200	195	2
कुल योग		52

इस प्रकार अब विभिन्न बिन्दुओं $B(145, 5)$, $C(155, 10)$, $D(165, 20)$, $E(175, 9)$, $F(185, 6)$ और $G(195, 2)$ को आलेखित करके और उन्हें रेखाखंडों से मिलाकर हम बारंबारता बहुभुज खींच सकते हैं। अतः इसलिए परिणामी बारंबारता बहुभुज $ABCDEFGH$ होगा।



2. यहाँ हमें x-अक्ष पर वर्ग–अन्तराल और y-अक्ष पर बारंबारता के लिए दोनों अक्षों पर 1 सेमी = 10 इकाइयों के पैमाने पर लेना होगा।



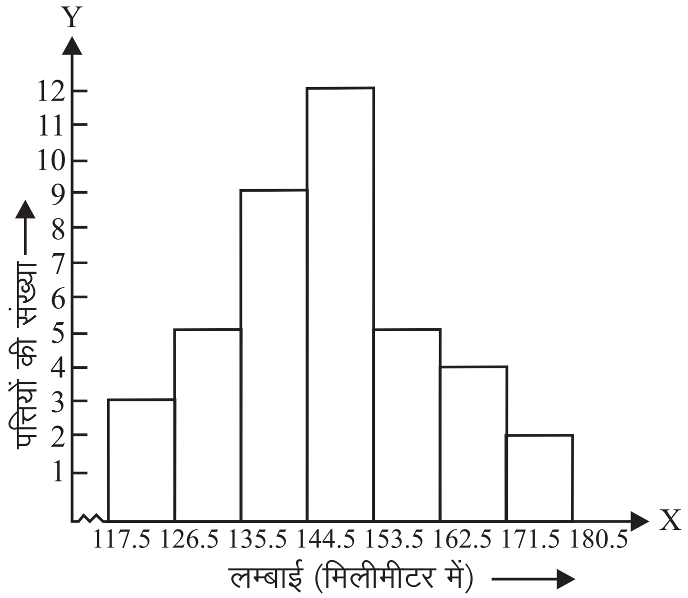
3. (i) सर्वप्रथम बारम्बारता बंटन को सतत् बारम्बारता बंटन में बदलेंगे। एक वर्ग की निम्न सीमा और उससे पहले वर्ग की उच्च सीमा का आधा ज्ञात करने पर

$$\frac{1}{2}(127 - 126) = \frac{1}{2} \times 1 = 0.5$$

अब प्रत्येक वर्ग में बंटन को सतत बनाएँगे। प्रत्येक निम्न सीमा में से 0.5 घटाएँगे और प्रत्येक उच्च सीमा में 0.5 जोड़ेगे।

लम्बाई (मिलीमीटर में)	पत्तियों की संख्या
117.5 - 126.5	3
126.5 - 135.5	5
135.5 - 144.5	9
144.5 - 153.5	12
153.5 - 162.5	5
162.5 - 171.5	4
171.5 - 180.5	2

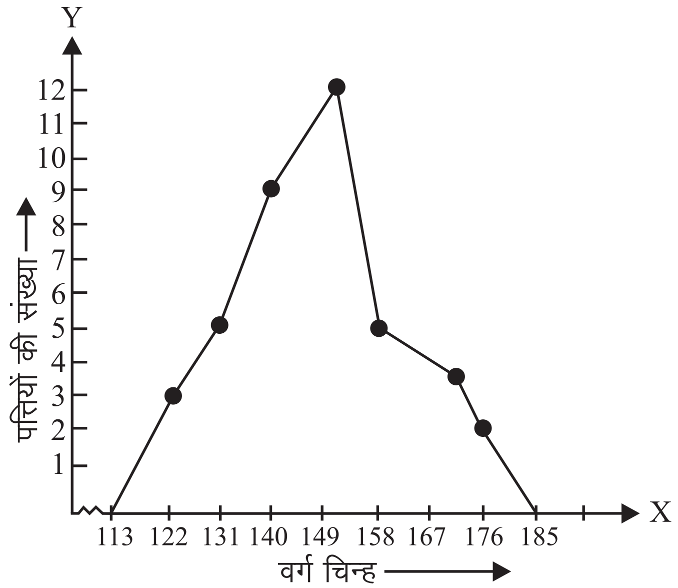
(ii) हाँ इन्हीं आँकड़ों को निरूपित करने की एक अन्य उपयुक्त विधि बारम्बारता बहुभुज है।



बारम्बारता बहुभुज : सर्वप्रथम हम वर्ग चिह्नों और संगत पत्तियों की संख्या के संगत एक सारणी बनाते हैं।

लम्बाई (मिलीमीटर) में	वर्ग चिह्न	पत्तियों की संख्या
117.5 - 126.5	122	3
126.5 - 135.5	131	5
135.5 - 144.5	140	9
144.5 - 153.5	149	12
153.5 - 162.5	158	5
162.5 - 171.5	167	4
171.5 - 180.5	176	2

हम क्रमित युग्मों (122, 3) (131, 5) (140, 9), ... (176, 2) को बिन्दुओं द्वारा आलेखित करते हैं। इनसे हमें एक बारम्बारता बहुभुज प्राप्त होता है।



(iii) हाँ यह सही निष्कर्ष है। क्योंकि वर्ग अन्तराल 145-153 (144.5-153.5) में पत्तियों की संख्या 12 है जो सबसे अधिक है।

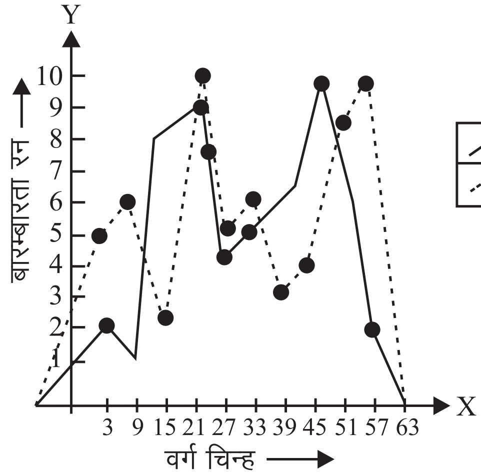
4. प्रश्न में दी गई सूचना को बारम्बारता बहुभुज के रूप में निरूपित करने के लिए वर्ग–चिन्ह और संगत टीमें *A* और *B* के रनों की सारणी बनाते हैं।

गेंदों की संख्या	वर्ग–चिह्न	टीम A द्वारा बनाए रन	टीम B द्वारा बनाए रन
0 – 6	3	2	5
6 – 12	9	1	6
12 – 18	15	8	2
18 – 24	21	9	10
24 – 30	27	4	5
30 – 36	33	5	6
36 – 42	39	6	3
42 – 48	45	10	4
48 – 54	51	6	8
54 – 60	57	2	10

हम क्रमित युग्मों (3, 2), (9, 1), (15, 8), ...(57, 2) को आलेखित करते हैं।

इनको रेखाखण्डों में मिलाने पर हम टीम *A* के लिए बारम्बारता बहुभुज प्राप्त करते हैं।

इसी प्रकार हम क्रमित युग्मों (3, 5) (9, 6)... (57, 10) को आलेखित करते हैं। उनको रेखाखण्डों द्वारा मिलाने पर टीम *B* के लिए बारम्बारता बहुभुज प्राप्त होता है।



5. आयत चित्र बनाने के लिए पहले हमें दिए गए आँकड़ों को समायोजित करना होगा, क्योंकि दिए गए आँकड़े निश्चित वर्ग लंबाई के नहीं हैं, इसलिए हमें प्रत्येक आयत के क्षेत्रफल को निम्न प्रकार से इसके वर्ग की बारंबारता के अनुक्रमानुपात में ज्ञात करना होगा।

प्राप्तांक	बारंबारता	वर्ग की चौड़ाई	आयत की लंबाई
10 – 20	6	10	$\frac{10}{10}\times 6 = 6$
20 – 30	17	10	$\frac{10}{10}\times 17 = 17$
30 – 50	15	20	$\frac{10}{20}\times 15 = 7.5$
50 – 70	16	20	$\frac{10}{20}\times 16 = 8$
70 – 100	26	30	$\frac{10}{30}\times 26 = 8.6$

आयतों की लंबाई को समायोजित करके सारणी बनाने के बाद अब उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाए। उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र निम्न प्रकार बनाया जा सकता है।

प्राप्तांक को x-अक्ष पर और आयतों की लंबाई को विद्यार्थियों की संख्या के रूप में y-अक्ष पर 1 सेमी = 10 इकाई और x-अक्ष पर 1 सेमी = 2 इकाई पैमाने के साथ लें।