अध्याय
11

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
(Surface Area and Volumes)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. सही विकल्प (D)

2. सही विकल्प (B)

3. सही विकल्प (B)

4. सही विकल्प (A)

5. सही विकल्प (A)

6. सही विकल्प (B)

7. सही विकल्प (D)

8. गोले का वक्रपृष्ठ = अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ

$$4\pi R^2 = 3\pi r^2$$

जहाँ R गोले की तथा r अर्द्धगोले की त्रिज्याएँ हैं।

$$\Rightarrow \quad 4R^2 = 3r^2$$

$$\Rightarrow \quad R^2 = \frac{3}{4}r^2$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{\sqrt{3}}{2}r$$

अब,

$$\frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{अर्द्धगोले का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{2}{3}\pi r^3}$$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{3}{2}\times\left(\frac{R}{r}\right)^3 = 2\times\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}r}{r}\right)^3$$

$$= 2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 3\sqrt{3} : 4$$

अतः विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

9. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल, $4\pi r^2 = 452\frac{4}{7}$ सेमी^{2}

$$\Rightarrow \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = \frac{3168}{7}$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = 36 \text{ या } r = 6 \text{ सेमी}$$

अत: विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

10. आवश्यक कपड़े की सामग्री = 4 × अर्द्धगोलाकार गुम्बदों का वक्रपृष्ठ

$$= 4 \times 2\pi r^2 = 4 \times 2 \times \frac{22}{7} \times (2)^2 = 100.57 \text{ मी}^2$$

अत: विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

11. बेलनाकार स्तम्भ का आयतन = $\pi r^2 h$ घन इकाई।

अत: विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

12. ऊँचाई $(h) = 7$ मी तथा आधार की त्रिज्या $(r) = 1.4$ मी

$\therefore$ स्तम्भ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 7 = 61.6$ मी^{2}।

अत: विकल्प (A) सही है। **उत्तर**

13. अर्द्धगोले के आधार की त्रिज्या $(r) = 3.5$ मी

$\therefore$ अर्द्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3 = 89.83$ मी^{3}

अत: विकल्प (D) सही है। **उत्तर**

14. अर्द्धगोले की त्रिज्या = $(r) = 1$ सेमी

$\therefore$ अद्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi$ सेमी^{3}

तथा बेलन की त्रिज्या (R) = 2 सेमी ओर ऊँचाई $(h) = 1$ सेमी

$\therefore$ बेलन का आयतन $= \pi R^2 h$

$$= \pi(2)^2 \times 1 = 4\pi \text{ सेमी}^3$$

अब, $$\frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{बेलन का आयतन}} = \frac{\frac{2}{3}\pi}{4\pi} = \frac{1}{6}$$

अत: विकल्प (B) सही है। **उत्तर**

वर्णनात्मक प्रश्न

अति लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. $\because$ शंकु की ऊँचाई $h = 21$ सेमी और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 28$ सेमी तब शंकु की त्रिज्या,

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{28^2 - 21^2} \text{ सेमी} = 7\sqrt{7} \text{ सेमी}$$

अतः शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{7} \times 7\sqrt{7} \times 21$ सेमी^{3}

$= 7546$ घन सेमी। **उत्तर**

2. अर्द्धगोलाकार कटोरे में भरे जा सकने वाले पानी का आयतन

$$= \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5 \text{ सेमी}^3$$

$= 89.8$ सेमी^{3}। **उत्तर**

3. $\because$ गोले की त्रिज्या, $r = 7$ सेमी।

$\therefore$ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ सेमी^{2}

$= 616$ सेमी^{2}। **उत्तर**

4. त्रिज्या $= 6$ सेमी

ऊँचाई $= 7$ सेमी

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 7$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 36 \times 7 = 264$ सेमी^{3}

5. त्रिज्या $= 3.5$ सेमी, ऊँचाई $= 12$ सेमी

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 12$ सेमी^{3}

$= 22 \times 1.75 \times 4$ सेमी^{3} $= 154$ सेमी^{3}।

6. यहाँ, $h = 15$ सेमी और आयतन $= 1570$ सेमी^{3}

माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ आयतन $= 1570$ सेमी^{3}

$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = 1570$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15 = 1570$

$\Rightarrow r^2 = \frac{1570}{3.14 \times 5} = 100$

$\Rightarrow r = \sqrt{100} = 10$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या 10 सेमी है।

7. यहाँ, $h = 9$ सेमी और आयतन $= 48\pi$ सेमी^{3}

$\therefore$ आयतन $= 48\pi$ सेमी^{3}

माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 48\pi$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{3} \times r^2 \times 9 = 48$$

$$\Rightarrow \quad 3r^2 = 48$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow r = 4 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow$$

$\therefore$ आधार का व्यास $= 4 \times 2 = 8$ सेमी।

8. आधार का व्यास $= 10.5$ सेमी

आधार की त्रिज्या, $r = \frac{10.5}{2} = 5.25$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई, $l = 10$ सेमी

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi rl = \frac{22}{7} \times 5.25 \times 10$ सेमी^{2} $= 165$ सेमी^{2}। **उत्तर**

9. तिर्यक ऊँचाई $l = 21$ सेमी

आधार का व्यास $= 24$ मी

आधार की त्रिज्या, $r = 12$ मी

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 12\ (21 + 12)$ मी^{2} $= 1244.57$ मी^{2} **उत्तर**

10. माना $r =$ गोले की त्रिज्या $= 10.5$ सेमी

पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2 = \left(4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5\right)$ सेमी^{2} $= 1386$ सेमी^{2}

11. पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6\right)$ सेमी^{2} $= 394.24$ समी^{2}

12. माना $r =$ गोले की त्रिज्या $= 14$ सेमी

$\therefore$ पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \left(4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14\right)$ सेमी^{2} $= 2464$ सेमी^{2}। **उत्तर**

13. यहाँ, $r = \frac{14}{2}$ सेमी $= 7$ सेमी

पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7\right)$ सेमी^{2} $= 616$ सेमी^{2} **उत्तर**

14. यहाँ, $r = \frac{21}{2}$ सेमी $= 10.5$ सेमी

∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5\right)$ सेमी^{2} $= 1386$ सेमी^{2} **उत्तर**

15. यहाँ $r = \frac{3.5}{2}$ सेमी $= 1.75$ सेमी

∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75\right)$ सेमी^{2} $= 38.5$ सेमी^{2} । **उत्तर**

16. यहाँ $r = 10$ सेमी

अर्द्धगोले का कुल क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

$= (3 \times 3.14 \times 10 \times 10)$ सेमी^{2} $= 942$ सेमी^{2} । **उत्तर**

17. यहाँ $r = 7$ मी

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$ सेमी^{3}

$= \frac{4312}{3}$ सेमी^{3} $= 1437.3$ सेमी^{3}

18. $r = 0.63$ मी **उत्तर**

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{100} \times \frac{63}{100} \times \frac{63}{100}$ मी^{3}

$= 1.047816$ मी^{3} $= 1.05$ मी^{3} । **उत्तर**

19. गोले के लिए व्यास $= 28$ सेमी, त्रिज्या, $r = 14$ सेमी

ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटायी जाने वाली पानी की मात्रा = इसका आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14$ सेमी^{3}

$= \frac{88 \times 392}{3}$ सेमी^{3} $= \frac{34496}{3}$ सेमी^{3} **उत्तर**

20. व्यास $= 0.21$ मी.

त्रिज्या, $r = \frac{0.21}{2} = 0.105$ मी.

गोलाकार गेंद द्वारा हटाये पानी की मात्रा = इसका आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$ मी^{3}

$= 0.004851$ मी^{3} । **उत्तर**

लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. दिया है,

ऊँचाई, $h = 3.5$ मी.

तथा त्रिज्या, $r = 12$ मी.

तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{(3.5)^2 + 12^2}$

$= \sqrt{12.25 + 144}$

$= \sqrt{156.25}$

$= 12.5$ मीटर

आवश्यक केनवास का क्षेत्रफल $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 12 \times 12.5$

$= 471.43$ मीटर^2 (लगभग)। **उत्तर**

2. त्रिज्या, $r = \frac{10.5}{2}$ सेमी $= 5.25$ सेमी

तिर्यक लम्बाई, $l = 10$ सेमी

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 5.25(10 + 5.25)$

$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 15.25$

$= 251.63$ मीटर^2। **उत्तर**

3. (i) अर्द्धगोले की त्रिज्या $= 21$ सेमी

अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ सेमी^{2}

$= 2772$ सेमी^{2}। **उत्तर**

(ii) अर्द्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ सेमी^{2}

$= 4158$ सेमी^{2}। **उत्तर**

4. दिया है : गोले का व्यास $= 7$ मीटर

त्रिज्या $r = 3{\cdot}5$ मीटर

अब, करतब दिखाने के लिए, मोटरसाइकिल सवार को उपलब्ध स्थान वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$ मीटर^2

$= 154$ मीटर^2। **उत्तर**

5. दिया है,

माना पहले गोले की त्रिज्या R तथा दूसरे गोले की त्रिज्या r है

$$V_1 : V_2 = 64 : 27$$

$$\frac{4}{3} \neq R^3 : \frac{4}{3} \neq r^3 = 64 : 27$$

$$R^3 : r^3 = 64 : 27$$

$$R : r = 4 : 3$$

उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात $= S_1 : S_2$

$$= 4\pi R^2 : 4\pi r^2 = R^2 : r^2$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 16 : 9$$ **उत्तर**

6. दिया है,

व्यास $d = 4.2$ सेमी

त्रिज्या $r = \frac{4.2}{2} = 2.1$ सेमी

गेंद द्वारा विस्थापित पानी की मात्रा = गेंद का आयतन

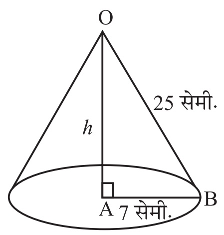
$$= \frac{4}{3} \neq r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$$

$= 38.808$ सेमी^{3} **उत्तर**

7. त्रिज्या $r = 7$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई, $l = 25$ सेमी



अब समकोण ΔOAB से, $h^2 + 7^2 = 25^2$

$$h^2 = 625 - 49 = 576$$

$\Rightarrow$ $h = \sqrt{576}$ सेमी $= 24$ सेमी

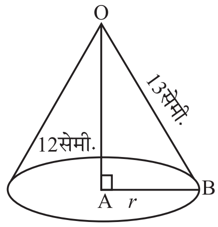
आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 24 = 1232$ सेमी^{3}

अत: धारिता $= \frac{1232}{1000}$ लीटर $= 1.232$ लीटर

8. ऊँचाई, $h = 12$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई, $l = 13$ सेमी



समकोण ΔOAB से,

$$r^2 + 12^2 = 13^2$$

$$r^2 = 169 - 144 = 25$$

$\Rightarrow$ $$r = \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी}$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 12 = \frac{2200}{7} \text{ सेमी}^3$$

$$\text{धारिता} = \frac{2200}{7} \times \frac{1}{1000} \text{ लीटर} = \frac{22}{70} = \frac{11}{35} \text{ लीटर।}$$

9. जब भुजाओं 5 सेमी, 12 सेमी तथा 13 सेमी वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को इसकी भुजा 12 सेमी वाली भुजा के परितः घुमाया जाता है तो एक ठोस शंक्वाकार आकृति प्राप्त होती है। इस प्रश्न के अनुसार 12 सेमी वाली भुजा शंकु की ऊँचाई तथा 5 सेमी शंकु के आधार की त्रिज्या होगी।

यहाँ शंकु की त्रिज्या $(r) = 5$ सेमी

शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी

$\therefore$ $$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 12 = 100\pi \text{ सेमी}^3$$ **उत्तर**

10. यदि समकोण त्रिभुज को 5 सेमी भुजा के परितः घुमाया जाता है, तो ठोस शंक्वाकार आकृति प्राप्त होती है। अब यहाँ R = 14 सेमी शंकु की त्रिज्या तथा H = 5 सेमी शंकु की ऊँचाई है।

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 5 = 240\pi \text{ सेमी}^3$$

$$\frac{\text{प्रश्न संख्या 9 में बने शंकु का आयतन}}{\text{प्रश्न संख्या 10 में बने शंकु का आयतन}} = \frac{100\pi}{240\pi} = \frac{5}{12}$$

$\therefore$ वांछनीय अनुपात = 5 : 12. **उत्तर**

11. शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 308 सेमी^{2}

तिर्यक ऊँचाई $l = 14$ सेमी

(i) वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$\therefore$ $\pi r l = 308$

या $\frac{22}{7} \times r \times 14 = 308$

या $44r = 308$

या $r = \frac{308}{44} = 7$ सेमी

अतः आधार की त्रिज्या = 7 सेमी

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(l + r) = \frac{22}{7} \times 7\ (14 + 7)$

$= 22 \times 21 = 462$ सेमी^{2}। **उत्तर**

12. प्रश्नानुसार शंकु के आधार की गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई $= l = 25$ मी

तथा आधार का व्यास $(2r) = 14$ मी

$\therefore$ आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2}$ मी $= 7$ मी

अतः गुम्बज के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ मी^{2}

$\because$ 100 मी^{2} पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 210

$\therefore$ 1 मी^{2} पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100}$

$\therefore$ 550 मी^{2} पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100} \times 550$ = ₹ 1155. **उत्तर**

13. पहले गुब्बारे की त्रिज्या $r = 7$ सेमी

पृष्ठीय क्षेत्रफल $S_1 = 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ सेमी^{2} $= 88 \times 7$ सेमी^{2}

हवा भरने के बाद गुब्बारे की त्रिज्या $R = 14$ सेमी

पृष्ठीय क्षेत्रफल $S_2 = 4\pi R^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$ सेमी^{2} $= 88 \times 28$ सेमी^{2}

अब, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{88 \times 7}{88 \times 28} = \frac{1}{4}$ या $1 : 4$. **उत्तर**

14. गेंद का व्यास = 4.2 सेमी

$\therefore$ त्रिज्या $= \frac{4.2}{2}$ सेमी $= 2.1$ सेमी

$\therefore$ गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \left(\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1\right)$

$= 38.808$ सेमी^{3}

धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति घन सेमी है।

$\therefore$ गेंद का द्रव्यमान $= (38.808 \times 8.9)$ ग्राम $= 345.3912$ ग्राम। **उत्तर**

15. अर्द्धगोलाकार कटोरे के लिए, व्यास = 10.5 सेमी

$$\text{त्रिज्या } r = \frac{10.5}{2} = 5.25 \text{ सेमी}$$

$$\text{अर्द्धगोलाकार कटोरे का आयतन} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (5.25)^3 \text{ सेमी}^3$$

$$= 303.1875 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{धारिता (लीटर में)} = \frac{303.1875}{1000} \text{ लीटर} = 0.3031875 \text{ लीटर}$$ **उत्तर**

16 . अर्द्धगोलाकार टंकी की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 1 सेमी

अर्थात् $r = 100$ सेमी

चादर की मोटाई = 1 सेमी

कटोरे की बाह्य त्रिज्या (R) = 100 + 1 = 1 = 101 सेमी

टंकी को बनाने में प्रयुक्त लोहे का आयतन = बाह्य अर्द्धगोले का आयतन

– आन्तरिक अर्द्धगोले का आयतन

$$= \frac{2}{3} \times \pi R^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi\, [R^3 - r^3]$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} [(101)^3 - (100)^3] = 63487.81 \text{ सेमी}^3$$

$\therefore$
$$1 \text{ सेमी}^3 = \frac{1}{10,00,000} \text{ मी}^3$$

$$= \frac{63487.81}{10,00,000} \text{ मी}^3$$

$$= 0.06348 \text{ मी}^3 \text{ (लगभग)।}$$ **उत्तर**

17. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 154 सेमी^{2}

माना कि गोले की त्रिज्या r है। अतः

$$4\pi r^2 = 154$$

या
$$4 \times \frac{22}{7} r^2 = 154$$

या
$$r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} \text{ सेमी} = \frac{49}{4} \text{ सेमी}$$

$\Rightarrow$
$$r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

अत: गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$ सेमी^{3}

$= \frac{539}{3}$ सेमी^{3} $= 179\frac{2}{3}$ सेमी^{3} **उत्तर**

18. (i) सफेदी कराने का कुल व्यय = ₹ 498.96

तथा सफेदी कराने की दर = ₹ 2.00 प्रति मी^{2}

$\therefore$ सफेदी कराने योग कुल क्षेत्रफल $= \frac{\text{कुल व्यय}}{\text{दर}}$

$= \frac{498.96}{2} = 249.48$ मी^{2}

$\therefore$ गुम्बद का आन्तरिक क्षेत्रफल = 249.48 मी^{2}.

(ii) माना कि गुम्बद की आन्तरिक त्रिज्या $= r$

$\therefore$ $2\pi r^2 = 249.48$

या $2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 249.48$

या $r^2 = \frac{249.48 \times 7}{2 \times 22} = \frac{81 \times 7 \times 7}{100}$

$\therefore$ $r = \sqrt{\frac{81 \times 7 \times 7}{100}} = \frac{9 \times 7}{10} = 6.3$ मी

गुम्बद के अन्दर हवा का आयतन उस गोलार्द्ध गुम्बद का आयतन होगा

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3 \times 6.3 = 523.9$ मी^{3} **उत्तर**

19. माना कि दवाई के कैप्सूल की त्रिज्या r है।

प्रश्नानुसार व्यास $2(r) = 3.5$ मिमी

$\therefore$ $r = \frac{3.5}{2}$ मिमी $= \frac{35}{20}$ मिमी $= \frac{7}{4}$ मिमी

कैप्सूल को भरते समय आवश्यक दवाई की मात्रा उसके आयतन के बराबर होगी अर्थात्

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^3$ मिमी^{3}

$= \frac{539}{24}$ मिमी^{3} = 22.46 मिमी^{3} (लगभग)। **उत्तर**

20. कटोरे के लिए, आन्तरिक व्यास = 10.5 सेमी

$$\text{आन्तरिक त्रिज्या} = \frac{10.5}{2} \text{ सेमी}$$

$$\text{कटोरे का आन्तरिक वक्र पृष्ठ} = 2\pi r^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{10.5}{2} \times \frac{10.5}{2} \text{ सेमी}^2 = 173.25 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{कलई कराने की दर} = ₹\ 16 \text{ प्रति सेमी}^2$$

अतः $$\text{कलई कराने की कीमत} = ₹\left(\frac{16}{100} \times 173.25\right) = ₹\ 27.72$$ **उत्तर**

21. प्रश्नानुसार गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 154 सेमी^{2}

अब माना कि गोले की त्रिज्या r सेमी है, अतः

$$4\pi r^2 = 154$$

या $$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

या $$r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{7 \times 7}{4} = \frac{49}{4}$$

या $$r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

∴ $$r = 3.5 \text{ सेमी}$$ **उत्तर**

22. प्रश्नानुसार, कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 5 सेमी

स्टील की मोटाई (x) = 0.25 सेमी

अतः कटोरे की बाह्य त्रिज्या $(R) = r + x = 5 + 0.25 = 5.25$ सेमी

अतः $$\text{कटोरे का बाह्य पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi R^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \text{ सेमी}^2$$

$$= 173.25 \text{ सेमी}^2.$$ **उत्तर**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

1. ∵ केनवास का क्षेत्रफल = 551 वर्ग मीटर

सिलाई और कटाई में नष्ट हुआ केनवास = 1 वर्ग मीटर

अतः तंबू के लिए उपलब्ध केनवास = (551 – 1) वर्ग मीटर = 550 वर्ग मीटर = पृष्ठीय क्षेत्रफल

और तंबू के आधार की त्रिज्या = 7 मीटर

अतः तंबू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 550 वर्ग मीटर

अर्थात् $$\pi r l = 550$$

या $$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 550$$

या $l = \frac{550}{22}$ मीटर = 25 मीटर

अब $l^2 = r^2 + h^2$

इसलिए $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 7^2}$ मीटर

$= \sqrt{625 - 49}$ मीटर = $\sqrt{576}$ मीटर

= 24 मीटर

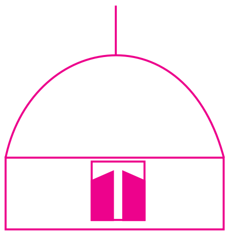
अतः तंबू का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$ मीटर

= 1232 मीटर^3। **उत्तर**

2. आधार की परिधि = 17.6 मीटर

$2\pi r$ = 17.6 मीटर

अर्थात, $r = \frac{17.6 \times 7}{2 \times 22}$ = 2.8 मीटर



इसलिए, भवन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8$ मीटर^2

= 49.28 मीटर^2

अब, 100 सेमी^{2} पेंटिग की लागत = ₹ 5

इसलिए, 1 मी^{2} पेंटिग की लागत = ₹ 500

अतः 49.28 मी^{2} पेंटिग की लागत = ₹ 500 × 49.28 = ₹ 24640. **उत्तर**

3. (i) शंकु का आयतन = 9856 सेमी^{3}

शंकु के आधार का व्यास $(2r)$ = 28 सेमी

माना कि शंकु की ऊँचाई h है।

∴ आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{28}{2}$ = 14 सेमी

∴ $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 9856$ [∵ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$]

या $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h = 9856$

या $h = \frac{9856 \times 3}{22 \times 2 \times 14} = 48$ सेमी

(ii) माना कि शंकु की तिर्यक ऊँचाई l है। अतः

$$l^2 = r^2 + h^2$$
$$l^2 = (14)^2 + (48)^2 = 196 + 2304 = 2500$$
$$l = \sqrt{2500} = 50 \text{ सेमी}$$

उत्तर

(iii) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 14 \times 50 = 2200$ सेमी^{2}. उत्तर

4. माना कि गेहूँ की शंक्वाकार ढेरी के आधार की त्रिज्या r है। अतः

व्यास $2(r) = 10.5$ मी

या $r = \frac{10.5}{2}$ मी $= \frac{105}{20}$ मी $= \frac{21}{4}$ मी

तथा शंक्वाकार ढेरी की ऊँचाई $(h) = 3$ मी

इस गेहूँ की ढेरी का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}\left(\frac{21}{4}\right)^2 \times 3$ मी^{3}

$= \frac{11 \times 21 \times 3}{2 \times 4}$ मी^{3} $= \frac{693}{8}$ मी^{3} $= 86.658$ मी^{3}

अब माना कि शंकु के आकार की ढेरी की तिर्यक ऊँचाई l मी है।

$$l^2 = r^2 + h^2$$
$$l^2 = \left(\frac{21}{4}\right)^2 + (3)^2 = \frac{441 + 144}{16}$$

या $l^2 = \frac{585}{16} = 36.5626$ मी

$\therefore$ $l^2 = \sqrt{36.5626}$ मी $= 6.046$ मी

$\therefore$ वांछित केनवास का क्षेत्रफल = शंकु के वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल

$= \pi r l = \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 6.046$

$= 99.75$ मी^{2} (लगभग) उत्तर

5. (i) यहाँ $r = 24$ मी., $h = 10$ मी.

माना शंकु की तिर्यक ऊँचाई l है, तब

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$\Rightarrow$ $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$\Rightarrow$ $l = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{576 + 100} = \sqrt{646} = 26$ मी.

(ii) शंक्वाकार तंबू बनाने के लिए आवश्यक केनवास = शंकु का वक्रीय पृष्ठ

$$= \pi rl = \left(\frac{22}{7} \times 24 \times 26\right) \text{ सेमी}^2$$

$\because$ 1 मी^{2} केनवास की दर ₹ 70 है।

$\therefore$ केनवास का कुल मूल्य = ₹ $\left(\frac{22}{7} \times 24 \times 26 \times 70\right)$ = ₹ 137280. **उत्तर**

6. प्रश्नानुसार तम्बू की ऊँचाई $(h) = 8$ मी

तम्बू के आधार की त्रिज्या $(r) = 6$ मी

अतः तम्बू की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100}$

$l = 10$ मी

तम्बू में लगी तिरपाल का क्षेत्रफल = तम्बू के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$= \pi rl = 3.14 \times 6 \times 10 = 188.4$ मी^{2}

माना कि तिरपाल की लम्बाई (L) हो तथा प्रश्नानुसार तिरपाल की चौड़ाई = 3 मी

अतः तिरपाल का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$= L \times 3 = 3L$ मी

अत $3L = 188.4$ ($\because$ क्षेत्रफल = 188.4 मी^{2})

$L = \frac{188.4}{3} = 62.8$ मी

प्रश्नानुसार, सिलाई तथा कटाई में लगी तिरपाल की अतिरिक्त लम्बाई = 20 सेमी

$= \frac{20}{100}$ मी = 0.2 मी

अतः तम्बू बनाने में लगी तिरपाल की कुल लम्बाई = 62.8 + 0.8 मी

= 63 मी **उत्तर**

7. प्रश्नानुसार शंक्वाकार टोपी के आधार की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

टोपी की ऊँचाई $(h) = 24$ सेमी

अतः टोपी की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$

$= \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ सेमी

एक टोपी बनाने में लगे गत्ते का क्षेत्रफल = शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ सेमी^{2}

अतः 10 टोपियाँ बनाने में लगे गत्ते का क्षेत्रफल = 10 × 550 = 5500 सेमी^{2}. **उत्तर**

8. माना कि वृत्ताकार आधार की त्रिज्या r सेमी है।

प्रश्नानुसार शंकु के आधार का व्यास $(2r) = 40$ सेमी

$$r = \frac{40}{2} = 20 \text{ सेमी}$$

या $$r = \frac{20}{100} \text{ मी} = \frac{1}{2} \text{ मी} = 0.2 \text{ मी}$$

शंकु की ऊँचाई $(h) = 1$ मी

$\therefore$ तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(0.2)^2 + (1)^2}$

या $$l = \sqrt{0.04 + 1} = \sqrt{1.04} \text{ मी}$$

अब शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $\pi r l = 3.14 \times 0.02 \times \sqrt{1.04}$

$$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02$$

$$= 0.64056 \text{ मी}^2$$

$\because$ 1 मी^{2} क्षेत्रफल को पेन्ट कराने की लागत = ₹ 12

$\therefore$ 0.64056 मी^{2} क्षेत्रफल को पेन्ट कराने की लागत = ₹ 12 × 0.64056 = ₹ 7.68672

अतः ऐसे ही 50 शंकुओं को पेन्ट कराने की लागत = ₹ 50 × 7.68672

= ₹ 384.34 (लगभग)

9. माना पृथ्वी का व्यास $= 8x$

तथा चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4} \times 8x = 2x$

अब, पृथ्वी की त्रिज्या $= 4x$

चन्द्रमा की त्रिज्या $= x$

चन्द्रमा का आयतन, $V_1 = \frac{4}{3}\pi(x)^3$

पृथ्वी का आयतन, $V_2 = \frac{4}{3}\pi(4x)^3$

अब, अभीष्ट अनुपात $= \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi(x)^3}{\frac{4}{3}\pi(4x)^3} = \frac{1}{64} =$ या 1 : 64.

10. गोलों की संख्या = 27

तथा प्रत्येक गोले की त्रिज्या $= r$

एक गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

तथा 27 गोलों का आयतन $= 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi r^3$ ...(i)

इन गोलों को पिघलाकर r' त्रिज्या का एक नया गोला बनाया गया है। अतः नए गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r'^3$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{4}{3}\pi r'^3 = 36\pi r^3$$

या $$\frac{\pi r'^3}{\pi r^3} = 36 \times \frac{3}{4}$$

या $$\frac{r'^3}{r^3} = 9 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 = (3)^3$$

या $$\left(\frac{r'}{r}\right)^3 = (3)^3$$

∴ $$\frac{r'}{r} = 3$$

या $$r' = 3r$$

अर्थात् नए गोले की त्रिज्या = $3r$

दिए गए प्रश्नानुसार गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल S तथा त्रिज्या r है।

$$S = 4\pi r^2 \quad ...(iii)$$

नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल S' तथा त्रिज्या r' है

$$S' = 4\pi r'^2 = 4\pi(3r)^2 \quad [\because r' = 3r]$$

$$S' = 4\pi \times 3r \times 3r = 36\pi r^3 \quad ...(iv)$$

समीकरण (iii) व (iv) से

$$\frac{S}{S'} = \frac{4\pi r^2}{36\pi r^2}$$

$$= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

अतः S और S' का अनुपात = 1 : 9. **उत्तर**

11. माना कि पृथ्वी का व्यास x है, तो चन्द्रमा का व्यास $\frac{1}{4} \times x = \frac{x}{4}$ होगा।

अब पृथ्वी की त्रिज्या = $\frac{x}{2}$

तथा चन्द्रमा की त्रिज्या = $\frac{1}{2} \times \frac{x}{4} = \frac{x}{8}$

अतः पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2 = 4\pi \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2} = \pi \times x^2$ ....(i)

इसी प्रकार चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2 = 4 \times \pi \frac{x}{8} \times \frac{x}{8} = \frac{\pi \times x^2}{16}$ ...(ii)

इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\frac{\text{चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{\frac{\pi x^2}{16}}{\frac{\pi x^2}{1}} = \frac{\pi x^2}{16} \times \frac{1}{\pi x^2} = \frac{1}{16}$$

अतः अनुपात = 1 : 16. **उत्तर**